

GIOVANNI GARBEROGLIO

LA “REALTÀ” SECONDO  
LA MECCANICA QUANTISTICA:  
DALLA FUNZIONE D’ONDA ALL’*ENTANGLEMENT*

ABSTRACT - GARBEROGLIO G., 2016 - Quantum Mechanics and Reality: from wave-functions to entanglement.

Atti Acc. Rov. Agiati, a. 266, 2016, ser. IX, vol. VI, B: 5-34.

Quantum Mechanics is the very successful theory on which our understanding of the “microscopic” world is based. However, the *weltanschauung* put forward by Quantum Mechanics clashes with the familiar rules of the “macroscopic” world in which we customarily live in. In this essay, after briefly recapping the history of the origin of Quantum Mechanics, I will describe the three major points of departure between the classical and quantum-mechanical description of the world, namely the superposition principle, the complementarity principle and the phenomenon of entanglement. These concepts are introduced by a constant comparison between ideal and actual experiments.

KEY WORDS - Quantum Mechanics; Superposition principle; Complementarity principle; Measurement; Entanglement.

RIASSUNTO - GARBEROGLIO G., 2016 - La “realità” secondo la Meccanica Quantistica: dalla funzione d’onda all’*entanglement*.

La Meccanica Quantistica è la teoria su cui si basa la nostra comprensione del mondo “microscopico”. Nonostante le sue previsioni siano state verificate innumerevoli volte e con un’altissima accuratezza, la visione del mondo della Meccanica Quantistica si scontra con le regole familiari del mondo “macroscopico” in cui siamo soliti vivere. In questo breve saggio, dopo una sintetica ricapitolazione della storia delle origini della Meccanica Quantistica, verranno descritte le tre differenze principali tra la descrizione classica e quella quantistica del mondo, ovvero il principio di sovrapposizione, il principio di complementarità ed il fenomeno dell’*entanglement*. Questi concetti verranno introdotti tramite un confronto serrato tra esperimenti ideali ed esperimenti concreti.

PAROLE CHIAVE - Meccanica Quantistica; Principio di Sovrapposizione; Principio di Complementarità; Processo di Misura; *Entanglement*.

## IL MONDO SECONDO LA FISICA CLASSICA

Col termine “fisica classica” si intende quel *corpus* di teorie scientifiche che descrivono i fenomeni fisici così come erano compresi nella seconda metà del XIX secolo. Tra le varie teorie di cui si compone la fisica classica, la “regina” indiscussa è la meccanica, cioè la teoria che si occupa del moto dei corpi materiali. Alla fine del 1800 la meccanica classica poteva contare su oltre due secoli di successi nella spiegazione quantitativa di molte osservazioni sia terrestri che astronomiche.

La prima formulazione della meccanica classica si deve al genio di Isaac Newton, uno scienziato inglese che nel 1687 pubblicò i *Principi matematici di filosofia naturale*. In questo libro Newton descrive le basi matematiche della meccanica e mostra come una sola equazione, la famosa  $F = ma$ , sia in grado di descrivere il moto di qualsiasi oggetto e sotto qualsiasi condizione. A tale scopo è sufficiente conoscere quali siano le forze  $F$  che agiscono sul corpo, nonché la sua massa  $m$ , per poter determinare la sua accelerazione  $a$  e quindi la sua traiettoria nello spazio, posto che si conosca dove si trovi e quale sia la sua velocità in un certo istante. La “scommessa” di Newton è che basti individuare un ridotto numero di queste forze per poter spiegare una gran quantità di fenomeni. In quello stesso libro, Newton mostra per primo come la forza di gravità che fa cadere i corpi qui sulla Terra sia la stessa forza responsabile del moto della Luna e dei pianeti.

Nei decenni e secoli successivi i principi della meccanica Newtoniana furono applicati – con notevole successo – in moltissimi campi. La possibilità di investigare in maniera matematicamente precisa fenomeni di interesse pratico portò a notevoli progressi nell’ingegneria civile e nello sviluppo di macchine, la più importante delle quali è forse la macchina a vapore: per la prima volta dopo millenni ci si riuscì ad affrancare dagli animali come mezzo di locomozione o produzione di energia. La rivoluzione industriale annovera sicuramente tra i propri genitori la teoria Newtoniana della meccanica. Lo sviluppo della macchina a vapore e delle altre macchine capaci di sfruttare energia per compiere vari tipi di operazioni si svolse pari passo con lo sviluppo di una branca apposita della fisica, la termodinamica, che molto deve alla teoria meccanicistica di Newton. Più tardi i fenomeni meccanici e termici vennero unificati in quella descrizione del mondo che oggi chiamiamo Meccanica Statistica.

Da un punto di vista più di scienza “pura”, il culmine del successo della fisica classica è stata molto probabilmente la previsione dell’esistenza del pianeta Nettuno. All’inizio del 1800 le osservazioni sulla traiettoria del pianeta Urano, allora il più lontano pianeta sconosciuto, erano in

leggero disaccordo con le previsioni basate sulle leggi del moto scoperte da Newton e sulla sua teoria della gravitazione universale. Questo portò a supporre l'esistenza di un ulteriore pianeta quale responsabile della discrepanza, pianeta la cui posizione poteva essere determinata in base appunto alla perturbazione osservata sulla traiettoria di Urano. Nel 1846 Nettuno venne effettivamente osservato ad una distanza angolare di meno di un grado dalla posizione prevista.

In parallelo a questa visione "meccanica" del mondo, andò pian piano affermandosi un'altra teoria che si può a buon diritto chiamare la seconda colonna portante della fisica classica. Nel 1865 un altro scienziato inglese, James Clerk Maxwell, pubblica le equazioni fondamentali dell'elettrodinamica. Queste equazioni descrivono i fenomeni elettrici e magnetici in un approccio unificato: le forze elettriche che agiscono sulle particelle cariche o quelle magnetiche che muovono gli aghi delle bussole sono dovute dell'esistenza di "campi" elettrici o magnetici. I "campi" sono quantità fisiche caratterizzate dal fatto di essere distribuite nello spazio invece che localizzate sulla posizione delle particelle. Ad esempio, la velocità è una quantità fisica dotata di direzione, verso e intensità (così come una freccia), che però è localizzata sul corpo di cui sta descrivendo lo stato del moto. I campi elettrici o magnetici sono anch'essi quantità fisiche dotate di direzione (direzione legata alla direzione delle forze che questi campi esercitano sulle particelle cariche o sugli aghi magnetici), ma occupano tutto lo spazio e cambiano in maniera continua da punto a punto.

Secondo le equazioni di Maxwell, poi, la variazione nel tempo dei campi elettrici è legata a quella dei campi magnetici e viceversa, e questa mutua interdipendenza fa sì che entrambi si possano propagare oscillando – un po' come le onde del mare – con una velocità che risulta uguale alla velocità della luce. Questa scoperta toglie qualche velo dal "mistero" sulla natura della luce, legandola indissolubilmente ai fenomeni elettromagnetici. Oltre a questo le equazioni di Maxwell indicano che i campi elettrici o magnetici possono propagarsi con varie frequenze. Alcune di queste frequenze corrispondono alle frequenze delle onde luminose, ma sono possibili anche frequenze molto inferiori o molto superiori. La successiva ricerca di modi per produrre e rivelare campi elettromagnetici a varie frequenze porterà Guglielmo Marconi ad inventare nel 1890 la comunicazione radio, con tutte le conseguenze pratiche che oggi possiamo trovarci comodamente in tasca sotto forma di telefoni cellulari.

## MA QUALCOSA NON TORNA...

Verso la fine del XIX secolo tutto sembrava quindi abbastanza in ordine. I pianeti si muovevano secondo orbite precise e perfettamente spiegabili, mentre sulla Terra la Meccanica e la Termodinamica mietevano successi su successi non solo nella descrizione di una enorme quantità di processi fisici, ma anche nello sfruttamento degli stessi in produzioni industriali o nella progettazione di infrastrutture. Probabilmente il simbolo più noto di questo periodo è rappresentato dalla Torre Eiffel di Parigi, costruita per celebrare l'ingegno umano in occasione dell'Esposizione Universale del 1889.

Eppure, in quelle che potevano sembrare delle frange minori della conoscenza, alcune osservazioni facevano fatica ad essere interpretate alla luce del glorioso edificio della Meccanica e dell'Elettromagnetismo.

Per la prima di esse non era necessario andare molto lontano o frequentare chissà quale laboratorio pieno di strumenti complicati. La domanda che faceva passare notti insonni ad alcuni scienziati particolarmente curiosi era relativamente semplice: «Perché di fronte ad un caminetto non veniamo inceneriti?». Anche se per darsi un tono di importanza, la domanda veniva riformulata in questo modo: «Qual è la forma dello spettro della radiazione di corpo nero?».

Le corna di questo dilemma sono presto descritte. Come dicevamo prima, i tre pilastri della scienza ottocentesca erano la meccanica, la termodinamica e l'elettromagnetismo. Peccato che questi pilastri facessero un po' di fatica a stare bene assieme. E una delle crepe nella meravigliosa descrizione dell'universo elettromeccanico era appunto quello di cercare di capire come fossero distribuite le frequenze luminose emesse dai corpi al variare della loro temperatura.

È forse un'esperienza comune notare che riscaldando gli oggetti (tipicamente metallici, visto che non si vaporizzano tanto facilmente) questi inizino ad emettere luce, prima con una tonalità rossastra, per poi passare – aumentando la temperatura – al colore arancio, al giallo acceso e così via. Il colore che noi percepiamo, però, è il risultato della presenza nella luce visibile di componenti a varie frequenze, come evidenziato dall'arcobaleno che si forma quando la luce viene fatta passare attraverso un prisma. La distribuzione di queste frequenze viene generalmente chiamata "spettro", ed il problema dello "spettro della radiazione di corpo nero" era appunto quello di capire quali fossero i contributi relativi dei vari tipi di radiazione luminosa (e infrarossa, e ultravioletta, ecc.) nel generare il "colore" che si può vedere nelle fornaci aumentando la temperatura.

Secondo la termodinamica, la distribuzione dell'intensità delle varie frequenze (ovvero, appunto, lo "spettro") dovrebbe essere una funzione

universale, indipendente cioè dal tipo specifico di oggetto o dalla sua composizione, e dipendente soltanto dalla temperatura. Questa distribuzione era relativamente facile da misurare, e la sua forma generale era quella di una specie di curva "a campana". Le varie componenti luminose sono concentrate attorno ad una ben precisa frequenza, la cui posizione si sposta verso valori più alti all'aumentare della temperatura.

Ma questa osservazione, verificata in innumerevoli laboratori, come si spiega?

Il problema era che nessuno riusciva a calcolare, utilizzando tutto quello che era noto di meccanica, termodinamica e radiazione, la forma di quella curva. Anzi, facendo diligentemente i compiti ed applicando tutte le leggi fisiche note si otteneva il risultato apparentemente imbarazzante per cui la maggior parte della potenza emessa da un corpo incandescente sarebbe dovuta essere nelle frequenze più alte. Le braci di un camino, dall'evidente e gradevole tono rosso-aranciato, avrebbero invece dovuto risplendere come la luce di una saldatrice ed incenerire chiunque si fosse inavvertitamente parato loro davanti.

Era chiaro che qualcosa non tornava. Ma cosa? Il calcolo sembrava "semplice" e diretto, con pochissime possibilità di errore. E chiunque lo controllasse o provasse ad affrontare il problema da una prospettiva diversa otteneva invariabilmente lo stesso risultato.

La seconda osservazione che non si capiva bene, e questa sì che era strana, riguardava lo spettro della luce emessa dagli atomi. Verso la fine del XIX secolo la struttura atomica della materia era ormai assodata. Si sapeva che esistevano grossomodo un centinaio di elementi fondamentali, i quali si presentano in unità discrete chiamate atomi. Dentro questi atomi c'era sicuramente qualcosa di elettricamente carico che poteva fluire da una parte all'altra (la "corrente elettrica" che tutti conosciamo) e quindi, dal momento che la materia è elettricamente neutra, di doveva essere anche "qualcosa" di carico in maniera opposta. Alcuni esperimenti particolarmente ingegnosi, eseguiti da Ernst Rutherford in Inghilterra, avevano dimostrato che la gran parte della massa degli atomi stava concentrata in una zona carica positivamente. La corrente elettrica era invece formata da particelle cariche negativamente e circa un migliaio di volte più leggere, che in qualche modo giravano intorno a questo nucleo positivo.

Tutto questo può sembrare complicato, ma gli esperimenti e la teoria erano concordi nell'affermare che la forza tra il nucleo e gli elettroni doveva avere la stessa forma matematica della forza di gravità. Veniva quindi naturale pensare agli atomi come a piccoli sistemi solari in miniatura.

E qui nascevano i problemi. Perché questo modo di vedere gli atomi non aveva assolutamente alcun senso.

Il primo problema che i fisici si ponevano era: «Ma se questo è vero, come è possibile che gli atomi esistano?». Da un lato è vero che la forza tra le particelle cariche ha la stessa forma di quella della gravità di Newton – e quindi ci si può legittimamente aspettare una certa analogia con le orbite dei pianeti – ma è altrettanto vero che applicando per bene le equazioni di Maxwell a particelle cariche, ci si accorge che l'unica soluzione possibile non è quella analoga ai pianeti, che possono rimanere nelle loro orbite per miliardi di anni, ma quella in cui le particelle che ruotano le une intorno alle altre emettono energia sotto forma di onde luminose e pian piano si avvicinano fino a scontrarsi.

E tutto questo dovrebbe avvenire in tempo pari a circa un milionesimo di miliardesimo di secondo. Non servono osservazioni molto raffinate per rendersi conto che invece la materia è molto più stabile, quindi... che succede veramente laggiù in fondo?

Era chiaro che bisognava capirci un po' meglio. E praticamente l'unico modo con cui si riesce a studiare quello che succede alla scala atomica (che corrisponde a circa un decimo di miliardesimo di metro) è quello di provare a sondare delicatamente il sistema, magari utilizzando fasci di luce a frequenza ed intensità variabile, misurare se e come il sistema reagisce, tener nota delle eventuali regolarità osservate, e alla fine... vedere se si riesce a trovare una spiegazione "semplice" di tutti i dati che si sono accumulati.

E come in un buon romanzo giallo, il risultato di queste prime investigazioni è stato quello di infittire il mistero ancora di più.

Secondo le equazioni della meccanica classica e dell'elettromagnetismo, qualsiasi sistema fisico dovrebbe comportarsi in maniera continua. Quindi, ad esempio, sondando gli atomi con luce di frequenza variabile, si dovrebbe osservare una risposta che cambia gradualmente con il valore della frequenza di sonda.

Illuminando gli atomi con la luce, questa avrebbe dovuto cedere parte della sua energia alle particelle cariche ivi presenti. Se, ad esempio, queste stessero orbitando in qualche modo le une attorno alle altre, le orbite avrebbero dovuto gradualmente cambiare man mano che assorbivano l'energia luminosa e, finita la sollecitazione, le particelle sarebbero dovute tornare alla situazione iniziale riemettendo in qualche modo la radiazione assorbita.

Ma era chiaro che così non succedeva.

Gli esperimenti mostravano che effettivamente gli atomi assorbono e riemettono luce, ma la cosa strana ed inaspettata è che questo accade solo con particolari frequenze, in barba al comportamento continuo che invece avrebbero dovuto mostrare secondo la meccanica e l'elettromagnetismo classici. Ci si accorse ben presto che queste frequenze dipendono dal tipo di atomo, e che elementi diversi emettono ed assorbono luce di frequenze

in generale diverse. La luce emessa dagli atomi porta con sé una specie di “impronta digitale” dell’atomo stesso. Nella Figura 1 sono mostrate le frequenze che l’idrogeno – l’elemento più semplice – emette ed assorbe nella regione visibile delle onde elettromagnetiche.



Fig. 1 - La parte dello spettro dell’idrogeno che cade nella zona visibile. La frequenza di queste righe è nota come “serie di Balmer”, dal nome dello scienziato che le ha caratterizzate. La riga rossa, nota come riga  $H\alpha$ , è di particolare importanza in astronomia. (*Spettro di Balmer*. Jan Homann per Wikipedia Commons. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVisible\\_spectrum\\_of\\_hydrogen.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3AVisible_spectrum_of_hydrogen.jpg)).

Sebbene questa osservazione non fosse al tempo “spiegabile” è interessante notare come sia stata subito sfruttata per osservazioni astronomiche. Non solo ha permesso di scoprire che, ad esempio, il Sole è composto per la gran parte di idrogeno (circa il 70% della massa), ma l’analisi delle “impronte digitali” presenti nella luce del Sole ha per così dire “messo in luce” la presenza di un intruso (responsabile di quasi tutto il restante 30%). Alcune delle righe presenti non erano caratteristiche di alcun elemento noto fino a quel momento, che venne chiamato *elio*, dal nome del dio Greco del Sole.

## NASCITA DELLA MECCANICA QUANTISTICA

Come spesso accade, la soluzione di questi due problemi apparentemente disparati, lo spettro di corpo nero e la stabilità degli atomi, si rivelò infine unica.

Nel Dicembre del 1900, in occasione del congresso annuale della Società di Fisica Tedesca, Max Planck presentò una soluzione “disperata” al problema del corpo nero, al quale aveva dedicato gran parte delle sue energie nei cinque anni precedenti. Secondo i suoi calcoli la curva spettrale misurata sperimentalmente si sarebbe potuta spiegare in maniera dettagliata purché si fosse disposti a supporre che l’energia della radiazione elettromagnetica venisse emessa in quantità discrete e proporzionali alla frequenza della radiazione stessa secondo la relazione

$$E = h \nu$$

dove  $E$  indica appunto la più piccola quantità di energia elettromagnetica disponibile per un’onda di frequenza  $\nu$ . Il confronto fra lo spettro misura-

to ed i calcoli di Planck permetteva di assegnare un valore numerico alla costante di proporzionalità  $h$ , ma lo stesso Planck – nonché gli altri fisici presenti – considerò questo suo contributo alla stregua di una interessante curiosità, piuttosto che non il primo segnale che qualcosa andava modificato. In quegli anni la teoria elettromagnetica di Maxwell (che non implicava nessuna relazione particolare tra la frequenza di un'onda e la sua energia) stava avendo un successo eccezionale, e sicuramente prima o poi si sarebbe riusciti a capire la forma dello spettro del corpo nero *veramente*, e non con qualche giochetto matematico.

Il “giochetto matematico” si dimostrò però ben presto come tutt'altro che un'ipotesi peregrina. Tra i fenomeni fisici “inspiegati” verso la fine del 1800 uno dei più famosi era il cosiddetto effetto fotoelettrico. Illuminando con la luce un metallo si osservava che questo emetteva elettroni solo quando la radiazione incidente superava una frequenza caratteristica, indipendentemente dall'intensità della radiazione stessa. La cosa strana era che secondo la fisica classica sia l'intensità che la frequenza della radiazione elettromagnetica contribuiscono a cedere energia alle cariche, cosicché se si ottiene un certo effetto per intensità  $I$  e frequenza  $\nu$ , ci si aspetta di ottenere qualcosa di simile se l'intensità viene raddoppiata e la frequenza dimezzata. Nel caso dell'effetto fotoelettrico questo non succedeva, e sembrava che solo la frequenza della luce fosse il fattore determinante.

Nel 1905 Albert Einstein, in uno dei tre lavori rivoluzionari pubblicati quell'anno, fece notare come l'ipotesi di Planck spiegasse in maniera naturale tutte le caratteristiche di quel fenomeno: se è necessario fornire una certa energia per “staccare” elettroni dalla superficie di un metallo, e se supponiamo che l'energia arrivi a pacchetti secondo la relazione di Planck, allora è chiaro che è necessaria una frequenza luminosa minima perché gli elettroni possano venire emessi, perché la luce di frequenza minore non riuscirebbe a fornire abbastanza energia. È per questa spiegazione che ad Einstein fu assegnato, 16 anni più tardi, il premio Nobel per la fisica.

Ma la vera “dimostrazione” che le idee di Planck erano effettivamente degne di nota si ebbe solo alcuni anni più tardi. Nel 1913 Niels Bohr, dopo aver studiato in Inghilterra nel laboratorio di Rutherford, riprese in considerazione il fenomeno delle righe spettrali degli atomi e ne trovò una spiegazione innovativa. Una delle possibili spiegazioni dei fenomeni osservati era che gli elettroni potessero percorrere solo determinate orbite. Ma perché solo quelle e non altre? Dal punto di vista della fisica classica ci sono due quantità indipendenti che determinano la configurazione di un'orbita: una è l'energia, che sostanzialmente determina le dimensioni, e l'altra è il momento angolare, che sostanzialmente ne determina la forma (circolare o ellittica).

L'intuizione di Bohr fu quella di capire che l'esistenza della costante di Planck  $h$  non permette a queste due quantità di variare indipendentemente, e pertanto non tutte le orbite sono permesse. In particolare Bohr si accorse che le unità di misura di  $h$  sono le stesse del momento angolare  $L$ , arrivando quindi a supporre che le orbite permesse fossero solo quelle in cui il momento angolare è un multiplo intero della costante di Planck. Questa ipotesi gli permise di calcolare le energie delle orbite permesse e quindi di calcolare le energie necessarie per far saltare gli elettroni da un'orbita all'altra e quindi, dalla relazione di Planck, le frequenze della radiazione emessa durante questi cambi orbitali. I valori delle frequenze di emissione della luce calcolate da Bohr per l'atomo di idrogeno sulla base di queste considerazioni corrispondevano in maniera perfetta a quelle note dagli esperimenti.

Non c'era ormai più alcun dubbio che la costante introdotta da Planck fosse ben più di un disperato artificio matematico.

E non c'era più nemmeno alcun dubbio che fosse necessario cambiare qualcuno dei principi della meccanica classica in modo da dare alla costante di Planck una posizione più centrale. Occorreva creare una nuova *meccanica quantistica*.

Il primo che riuscì a completare questa impresa fu Werner Heisenberg pubblicando nel 1925, a soli 24 anni, un lavoro fondamentale, in cui i principi della meccanica classica vengono rivisitati in modo da tener conto della presenza della costante di Planck. Per quanto le considerazioni di Heisenberg fossero corrette, la sua presentazione della teoria si appoggiava ad una teoria matematica abbastanza astratta, l'algebra matriciale, che all'epoca non era molto conosciuta tra i fisici e che, inoltre, rendeva la soluzione dei problemi parecchio laboriosa dal punto di vista dei calcoli da eseguire.

Una formulazione alternativa della Meccanica Quantistica, ma molto più soddisfacente dal punto di vista delle possibilità predittive, fu sviluppata in maniera indipendente da Erwin Schrödinger, e pubblicata all'inizio del 1926. La formulazione di Schrödinger si basava su un tipo di matematica molto familiare ai fisici dell'epoca, quello delle equazioni differenziali lineari di tipo ondulatorio, ed invece di descrivere le particelle in un astratto mondo di matrici, ne presentava il moto in termini di onde di probabilità.

Sia la formulazione di Heisenberg che quella di Schrödinger mostrano che la presenza della costante di Planck implica che non è sempre possibile assegnare agli oggetti quantità definite. Questo è in netto contrasto con la descrizione fornita dalla meccanica classica, per cui è sempre possibile pensare che qualcosa stia in un determinato posto, abbia una ben precisa velocità, e – in generale – sia dotato di proprietà definite. Al mondo certo della fisica classica la meccanica quantistica contrappone un mondo più

incerto, in cui tutte le proprietà degli oggetti sono descritte non tanto da un'enumerazione precisa dei loro valori, quanto da una funzione che ne determina la *probabilità*.

Secondo la teoria di Schrödinger, i livelli energetici di un atomo sono determinati dal fatto che per quegli specifici valori dell'energia, le onde di probabilità assumono una configurazione stazionaria, analogamente alla vibrazione di una corda che può suonare solo alcune note specifiche e non altre. A differenza della complicata formulazione matriciale di Heisenberg, l'equazione di Schrödinger può essere facilmente risolta in molti casi, oppure efficacemente approssimata in molti altri. Lo stesso Schrödinger dimostrò solo qualche mese più tardi la perfetta equivalenza matematica tra la sua formulazione e quella di Heisenberg.

Dopo 240 anni di onorato servizio, la “semplice” equazione di Newton per descrivere il moto dei corpi,  $F = ma$ , veniva sostituita con una nuova legge del moto:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi(x, t) + V(x) \Psi(x, t)$$

che come vedete ha l'aria decisamente più complicata.

Una cosa è però importante da puntualizzare. Nell'equazione di Schrödinger compare, come c'era da aspettarsi, la costante di Planck  $h$  (anzi, in particolare compare la costante  $\hbar$  che altro non è che  $h$  divisa per  $2\pi$ ). Il suo valore numerico, così come era stato stimato dal Planck (con una discrepanza di solo l'1.2% rispetto alla misura moderna), è  $h = 6.55 \times 10^{-34} J \cdot s$ , dove  $J \cdot s$  indica le sue unità di misura, ovvero Joule per secondo. Che cosa sia un secondo immagino sia chiaro, il Joule invece forse lo è un po' meno, ma è l'energia necessaria per alzare di 1 metro un oggetto del peso di un etto. Le unità di misura (metro, chilogrammo e secondo, da cui viene poi derivato il Joule) sono in effetti state “inventate” proprio per far sì che nella vita quotidiana abbiamo a che fare con quantità non tanto “diverse” da 1. Il valore numerico della costante di Planck è, in queste unità, ridicolmente piccolo. Dieci alla meno trentaquattro corrisponde a 0.00000000000000000000000000000001 che come potete intuire è un numero minuscolo. Quindi è solo quando le quantità in gioco diventano “minuscole” che si riescono ad apprezzare gli effetti della costante di Planck. Questo tipicamente avviene quando andiamo a curiosare le proprietà delle particelle elementari, come gli elettroni (che hanno una massa di  $10^{-31}$  kg, numero decisamente minuscolo) che vivono negli atomi, a loro volta oggetti dalle dimensioni tipiche di  $10^{-10}$  m (altro numero decisamente piccolo). Quindi per quanto l'equazione di Schrödinger abbia, in linea di principio, sostituito la cara e vecchia  $F=ma$ , non è decisamente il caso di mandare definitivamente in

pensione la meccanica classica. Nel nostro mondo "maiuscolo" la meccanica classica continua a cavarsela egregiamente; ora però sappiamo che quando entriamo nel "minuscolo" non possiamo più fidarcene ciecamente e dobbiamo ad un certo punto sostituirla con l'equazione di Schrödinger. Da un punto di vista matematico si riesce a dimostrare che quando le quantità in gioco sono molto maggiori di  $h$  l'equazione di Schrödinger si trasforma nell'equazione di Newton.

#### PROPRIETÀ QUANTISTICHE DI UN OGGETTO SINGOLO.

##### IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

Nel mondo "microscopico", però, l'equazione di Schrödinger la fa da padrona. Per provare a capire quali siano le "stranezze" che ivi si incontrano, può essere utile provare a tradurre in "italiano" i geroglifici mostrati più sopra.

La protagonista dell'equazione è la funzione d'onda  $\Psi(x,t)$  che descrive tutto quello che si può in linea di principio conoscere sul sistema che si sta esaminando (un elettrone, un atomo, una molecola, ecc., a seconda dei casi). Il suo significato diretto è che la quantità  $|\Psi(x,t)|^2$ , che significa la funzione al quadrato, rappresenta la probabilità di trovare la particella che stiamo considerando nel punto  $x$  al tempo  $t$ .

Come ogni equazione, l'equazione di Schrödinger si presenta come un'uguaglianza. La parte sinistra si può tradurre «la funzione d'onda nel tempo cambia così», mentre la parte destra specifica che il cambiamento è dovuto a due fattori. Il primo, il termine con  $\nabla^2\Psi(x,t)$ , dice che il cambiamento è tanto più rapido quanto più pronunciata è la curvatura della funzione. Se ci fosse solo questo termine e basta  $\Psi(x,t)$  tenderebbe ad evolvere verso uno stato finale "senza curvatura", ovvero  $\Psi(x,t)$  tenderebbe ad assumere un valore costante. Questo significa che una particella "lasciata a se stessa" tenderebbe ad occupare tutto lo spazio disponibile di modo che la troveremmo ovunque con probabilità uniforme. La parte "interessante" dipende dal secondo termine, che dice che la funzione cambia anche a seconda del potenziale  $V(x)$ , ovvero a seconda delle interazioni con altri oggetti.

Se a questo punto consideriamo un atomo, è facile capire cosa succede: l'elettrone vorrebbe andarsene in giro ovunque ( $\nabla^2\Psi(x,t)$ ), ma la carica positiva del nucleo lo attrae ( $V(x)$ ). In questo "tira-e-molla" ci sono particolari funzioni che rappresentano un equilibrio fra le opposte tendenze, con la probabilità  $|\Psi(x,t)|^2$  che a questo punto non dipende più dal tempo. Questi stati stazionari hanno energie ben specifiche, e corrispondono alle condizioni in cui è più facile trovare un elettrone attorno ad un atomo. Le

energie possono essere calcolate in maniera molto precisa usando l'equazione di Schrödinger, ed i salti fra questi livelli energetici corrispondono esattamente all'emissione o assorbimento di luce a particolari frequenze, come mostrato in Fig. 1 nel caso dell'atomo di idrogeno.

Il lettore più attento avrà notato che prima abbiamo chiamato  $\Psi(x,t)$  la *funzione d'onda*. Il motivo di questo termine entrato nell'uso comune è che se uno disegna la distribuzione spaziale degli elettroni negli stati stazionari, si vede che questa probabilità presenta creste e valli come fanno appunto le onde. Oltre a questo l'equazione di Schrödinger ha un'altra proprietà in comune alle equazioni che descrivono il moto delle onde "comuni" come le onde sonore o quelle del mare: se ne conosciamo due soluzioni, chiamiamole  $\Psi_1(x,t)$  e  $\Psi_2(x,t)$ , allora anche la loro somma  $\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)$  è una soluzione. Questa proprietà si chiama in gergo *principio di sovrapposizione*, e le sue conseguenze (nel campo acustico o marino) sono talmente "ovvie" che quasi le si danno per scontate. Se ad esempio state ascoltando della musica e qualcuno si mette a parlare si possono sentire le due cose "contemporaneamente", proprio perché le onde acustiche si sovrappongono le une alle altre. Analogamente le onde prodotte da una barca in movimento si combinano con quelle eventualmente presenti nel mare, di modo che il movimento risultante è la combinazione delle due, non qualcosa di nuovo che non c'entra niente coi due contributi originari.

L'equazione è chiara, ma a questo punto la natura degli "oggetti" che vengono descritti è un po' meno chiara. Se immaginiamo un'onda, non possiamo che immaginarla come qualcosa diffuso nello spazio, che magari possiamo anche dividere in due: moglie e figli sentono contemporaneamente l'annuncio che è pronto in tavola anche se sono in stanze diverse, e non occorre lanciare un richiamo indirizzato a ciascuno (in teoria, almeno...). D'altra parte se immaginiamo una particella pensiamo a qualcosa che ha una sua identità ben precisa e delle proprietà costanti e non modificabili, non certo qualcosa che possiamo affettare e dividere (a meno, ovviamente, che non abbia una struttura interna).

Ma cosa vuol dire allora che gli elettroni si comportano come onde? Li possiamo "affettare" in due, e ottenere "mezzo elettrone" prendendone la "funzione d'onda" e ridistribuendola in due scatole come fa il suono nelle stanze? Oppure sono particelle con proprietà costanti, come è ovvio dal fatto che gli atomi hanno sempre le stesse proprietà, e infatti non si è mai visto un atomo con mezzo elettrone attorno?

La meccanica quantistica ha una risposta ben precisa a questa domanda, e la risposta è: «dipende». Per capire meglio cosa questo significhi, non c'è niente di meglio che rivolgersi ai *classici*, ed in questo caso l'esperimento "classico" è l'esperimento delle due fenditure.

## IL RUOLO DELL'OSSERVAZIONE ED IL PRINCIPIO DI COMPLEMENTARITÀ

Uno dei modi migliori (anzi, forse l'unico) per capire i fenomeni fisici è quello di organizzare degli esperimenti dove quello che interessa sia l'effetto principale, preoccupandosi di eliminare il più possibile tutte le cause di disturbo esterno. Nel nostro caso vogliamo cercare di capire se un elettrone si comporti come una particella oppure come un'onda. Per dirimere la questione ci ispiriamo all'analogia col suono nelle stanze, e cerchiamo di capire cosa succede se lanciamo degli elettroni contro un muro dotato di due porte. Gli elettroni possono convenientemente essere prodotti con apparati simili ai tubi catodici dei vecchi televisori in modo da sceglierne sia la velocità, sia l'intensità. È quindi relativamente facile lanciaarne uno alla volta e vedere cosa succede.

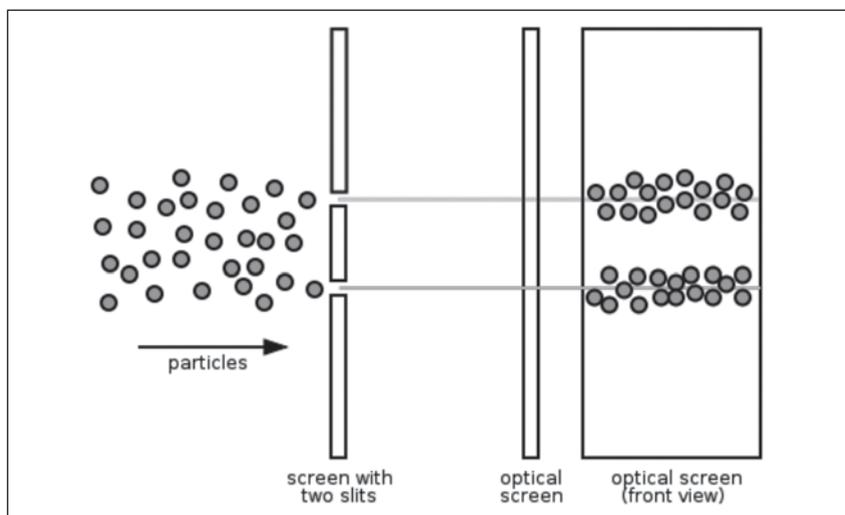


Fig. 2 - Rappresentazione del risultato atteso dall'esperimento delle due fenditure nel caso in cui gli elettroni siano pensati come particelle (Public domain. [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/72/Two-Slit\\_Experiment\\_Particles.svg](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/72/Two-Slit_Experiment_Particles.svg)).

Se gli elettroni fossero particelle, ovvero se possiamo immaginarli come delle piccole palline indivisibili, ci aspettiamo di ottenere qualcosa come in Fig. 2. Se lanciamo degli elettroni contro una barriera dotata di due aperture quelli che non sono intercettati dal muro passeranno nell'apertura di sinistra oppure in quella di destra. Se dietro le due fenditure mettiamo uno schermo fotografico, ogni elettrone creerà un puntino dietro la fenditura da cui passa e dopo un po' dovremmo osservare due macchie ben distinte, corrispondenti agli elettroni che sono passati da una parte oppure dall'altra.

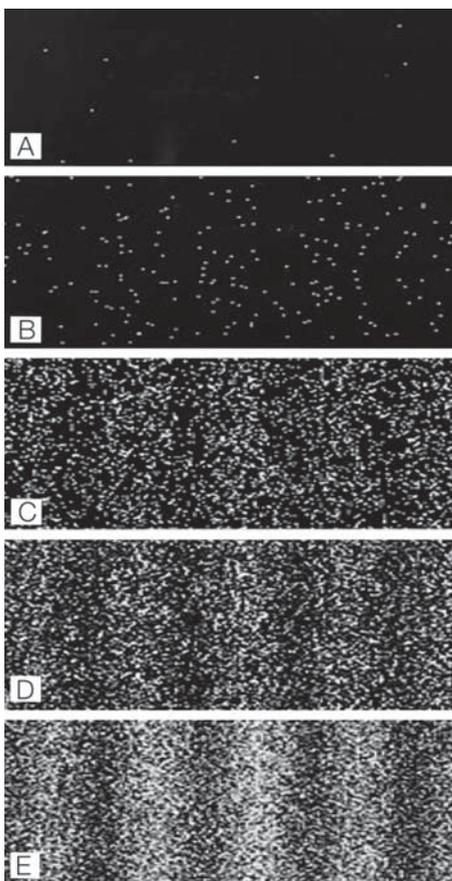


Fig. 3 - Esempio di risultato sperimentale per la diffrazione di elettroni da parte di due fenditure. I pannelli da (a) ad (e) sono istantanee della distribuzione elettronica prese per un numero crescente di elettroni che hanno attraversato le fenditure (Dr. Tonomura. [https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ADouble-slit\\_experiment\\_results\\_Tanomura\\_2.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File%3ADouble-slit_experiment_results_Tanomura_2.jpg)).

Il risultato di questo esperimento è riportato in Fig. 3, dove i pannelli da (a) ad (e) corrispondono a immagini rivelate a tempi diversi.

Inizialmente (pannello (a)) si nota che per ogni elettrone che passa dalle fenditure compare un puntino solo, cosa che effettivamente ci consola del fatto che finora abbiamo detto che è una particella. Man mano che il tempo passa notiamo però che i vari elettroni si iniziano a disporre abbastanza uniformemente sullo schermo (pannelli (b) e (c)) senza che compaiano le due macchie che a questo punto ci saremmo aspettati. Man mano che il tempo passa, e quindi sempre più elettroni sono lanciati verso le due fenditure, notiamo (pannello (d)) che la posizione degli elettroni sullo schermo non è proprio uniforme, ma tendono a disporsi in una serie di bande. E ben più delle due che ci saremmo aspettati da un comportamento particellare. Alla fine dell'esperimento otteniamo una bella struttura con tante bande (pannello (e)).



Fig. 4 - Esempio di diffrazione di onde marine nel passaggio attraverso una fenditura. La fotografia satellitare mostra un'onda proveniente dall'Oceano Atlantico che è appena passata attraverso lo stretto di Gibilterra (Foto: ESA. [www.esa.int/spaceinimages/Images/2006/11/Strait\\_of\\_Gibraltar\\_as\\_seen\\_by\\_ERS-1](http://www.esa.int/spaceinimages/Images/2006/11/Strait_of_Gibraltar_as_seen_by_ERS-1)).

E quindi, da dove sono passati?

Per capire cosa succede, occorre chiederlo all'equazione di Schrödinger, secondo cui la funzione d'onda di un elettrone che arriva da sinistra sullo schermo con le due fessure descrive proprio... un'onda. Se non ci preoccupiamo di fare un fascio collimato, ma di “gettare degli elettroni verso le due porte”, il fronte di quest'onda è abbastanza ampio da far sì che incida su entrambe le due fenditure. E quando quest'onda trova le due aperture si “apre a ventaglio” dietro ciascuna di esse. Questo comportamento è lo stesso delle onde usuali come mostrato in Fig. 4, dove si vede la foto di un'onda proveniente dall'Oceano Atlantico che entra nello stretto di Gibilterra.

Dal momento che ci sono due fenditure, la funzione d'onda dietro le fenditure è la sovrapposizione delle due onde “a ventaglio”,  $\Psi(x,t) = \Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)$ , che si espandono verso lo schermo rivelatore provenendo da entrambi i fori. A questo punto secondo la meccanica quantistica la probabilità di osservare un elettrone sullo schermo è proporzionale a  $|\Psi(x,t)|^2 = |\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)|^2$ . Se si mette nell'equazione la forma corretta di  $\Psi_1(x,t)$

e  $\Psi_2(x, t)$  e si esegue il calcolo del “quadrato della somma”, il risultato che si ottiene è proprio una probabilità con tante creste e tante valli, separate esattamente dalla distanza osservata nella fotografia (e) mostrata in Figura 3 e che rappresenta la situazione alla fine dell’esperimento.

Nel caso specifico l’elettrone sembra quindi comportarsi come un’onda durante tutto il tragitto, ma come una particella quando viene rivelato.

Se a questo punto vi è rimasta la curiosità di sapere da quale delle due fenditure sia *veramente* passato ciascun elettrone, siete in ottima compagnia. Quello che occorre fare è trovare un modo per rivelare la presenza di una particella, senza però l’inconveniente della lastra fotografica usata come schermo, dove l’elettrone interagisce fortemente con le sostanze chimiche per formare una macchia. Quello che si vorrebbe fare è di “vedere” da dove passa l’elettrone, ma permettergli di andare poi lo stesso a essere definitivamente rivelato sullo schermo.

Questo si può fare in tanti modi, ed il risultato netto è che quando si prova a stabilire dove sia passato l’elettrone la distribuzione finale a tante bande *scompare*, venendo sostituita da quella che ci saremmo aspettati all’inizio, quando abbiamo discusso il caso di particelle “normali”: due bande in corrispondenza delle due fenditure.

Questo è quello che intendevo con “dipende”. Quando è in gioco la meccanica quantistica, gli “oggetti” si comportano in modo apparentemente contraddittorio. “Onde” quando nessuno le guarda, “particelle” quando invece ci si mette in testa di stabilire dove effettivamente si trovino. Tutte le due descrizioni sono generalmente necessarie, e in pratica sono *complementari*. Un modo per venire a patti con queste stranezze è stato sviluppato da Bohr stesso e i suoi collaboratori nel corso degli anni, ed è noto come “interpretazione di Copenhagen” della meccanica quantistica. Il nome viene preso dall’Istituto di Fisica Teorica di Copenhagen – fondato e diretto per lungo tempo dallo stesso Bohr – che per molti anni ha costituito il centro mondiale di sviluppo della meccanica quantistica.

Alla base dell’interpretazione di Copenhagen c’è l’affermazione apparentemente strana che quando è in gioco la meccanica quantistica gli oggetti che vengono descritti non hanno le proprietà definite che siamo abituati ad associare con gli oggetti dell’esperienza comune. Se di una macchina possiamo dire senza problemi dove si trova (in autostrada), a che velocità viaggia (100 km/h) e verso dove è diretta (da Trento a Rovereto), lo stesso non vale – ad esempio – per gli elettroni nell’esperimento delle due fenditure. Il loro “stato” è invece descritto dalla funzione d’onda, la quale racchiude in sé la probabilità con cui si presentino tutti i possibili risultati degli esperimenti che possiamo immaginare di effettuare su un dato sistema.

Fino a che non "curiosiamo", ossia fino a quando lasciamo stare il sistema di cui ci interessa capire le proprietà senza intervenire in alcun modo, la funzione d'onda evolve secondo l'equazione di Schrödinger. Ma quando iniziamo a pretendere risposte, il che corrisponde ad inserire rivelatori che ad esempio ci mostrino "dove si trovi" l'elettrone, allora otteniamo risposte proporzionali a  $|\Psi(x,t)|^2$ .

Fino a che non ci preoccupiamo di stabilire dove sia passato l'elettrone, allora la descrizione del processo va fatta utilizzando la funzione d'onda durante tutto il tragitto fino alla effettiva misura e questo porta alla formazione delle frange di interferenza mostrate in Fig. 3. Ma come mai quando cerchiamo di stabilire dove passi l'elettrone le frange scompaiono? La risposta di Copenhagen è relativamente semplice: invece di misurare dove sia l'elettrone "alla fine", abbiamo cambiato la domanda e ci chiediamo dove mai sia l'elettrone "durante" il tragitto. Per rispondere dobbiamo in qualche modo misurare, e questo fa sì che osserviamo le particelle – sempre con probabilità proporzionali a  $|\Psi(x,t)|^2$  – in corrispondenza di una o dell'altra fenditura. Dopo la misura la funzione d'onda degli elettroni non descrive più un'onda il cui fronte comprende le fenditure, ma una piccola onda localizzata in corrispondenza dell'una o dell'altra fenditura, a seconda di dove quello specifico elettrone sia stato rivelato. La successiva evoluzione verso lo schermo riproduce in questo caso quello che ci aspetteremmo da delle comuni particelle: si formano due frange in corrispondenza delle due fenditure (come rappresentato in Fig. 2).

Detto in un altro modo: se noi invece di chiedere "dove troviamo l'elettrone dopo che ha passato le fenditure?" chiediamo "da dove passa l'elettrone?" per poter rispondere alla domanda *dobbiamo mettere un rivelatore vicino alle due fenditure*. La mera presenza di questo apparato fa sì che noi misuriamo la posizione, e quindi – dal momento che un elettrone è una particella – lo troviamo o sulla fenditura 1 o sulla fenditura 2. La sua evoluzione successiva prima di arrivare allo schermo finale, sarà quindi determinata o dalla funzione  $\Psi_1(x,t)$  se lo abbiamo trovato nella fenditura 1, oppure dalla funzione  $\Psi_2(x,t)$  se lo abbiamo trovato dalla fenditura 2. In questo caso quindi, la probabilità di osservare l'elettrone sullo schermo sarà data dalla somma della probabilità che l'elettrone sia passato dalla fenditura 1 e di quella che sia passato dalla fenditura 2 (le probabilità si sommano perché stiamo considerando due eventi mutualmente esclusivi) ovvero  $|\Psi_1(x,t)|^2 + |\Psi_2(x,t)|^2$ . La distribuzione rappresentata da questa somma corrisponde a due sole bande, ossia a quello che ci si aspetta da delle comuni particelle, che o passano da una parte oppure passano dall'altra.

In questo ultimo caso misuriamo alla fine la somma delle probabilità associate alle due funzioni d'onda che descrivono l'elettrone che passa da

una e dall'altra fenditura, mentre nel primo caso – quando non ci poniamo il problema di dove passi – quello che misuriamo è la probabilità della somma (sovrapposizione) delle due onde  $\Psi_1(x,t)$  e  $\Psi_2(x,t)$  che descrivono l'elettrone nella prima e nella seconda fenditura, rispettivamente.

La conclusione che possiamo trarre da questi esperimenti è la seguente: fino a quando non andiamo a “curiosare” cosa stia facendo un elettrone, quello si comporta come un'onda, che si “spande” nello spazio secondo l'equazione di Schrödinger. Ma nel momento in cui ci chiediamo “dove è veramente”, allora osserviamo un puntino. Se ripetiamo l'esperimento tante volte con tanti elettroni preparati nello stesso modo, scopriamo che la posizione finale dei vari elettroni non è sempre la stessa, ma è distribuita con una certa probabilità che possiamo calcolare e che è data da  $|\Psi(x,t)|^2$ . Bisogna però ricordare che il calcolo di  $|\Psi(x,t)|^2$  dipende sia dalla risoluzione dell'equazione di Schrödinger sia dalla considerazione di tutti gli apparati di misura che intervengono nel processo che si considera.

Questo dovrebbe essere chiaro dai due esempi che abbiamo riportato: nel primo caso la misura avviene solo sullo schermo finale e osserviamo *tante* bande, distribuite secondo il quadrato della somma delle due onde che originano dalle due fenditure ( $|\Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)|^2$ ). Nel secondo esperimento, quando invece andiamo a “curiosare” dove ogni elettrone stia passando, la localizzazione avviene anche al livello delle due fenditure, e la figura sullo schermo finale corrisponde alla somma dei quadrati delle onde ( $|\Psi_1(x,t)|^2 + |\Psi_2(x,t)|^2$ ) e cioè a due sole bande.

Un modo un po' fantasioso per descrivere questo stato di cose è quello di dire che le proprietà degli oggetti sono *indeterminate*, almeno fino a quando non andiamo a misurarle, ed allora osserviamo un risultato *determinato*. Il massimo che possiamo fare per descrivere un elettrone “isolato” è quello di usare una funzione d'onda  $\Psi(x,t)$  che però non descrive di per sé una posizione, una velocità, o una direzione del moto ben definita. Le varie proprietà in un certo senso “appaiono”, con probabilità che dipendono dalla forma specifica di  $\Psi(x,t)$ , non appena il sistema sotto esame interagisce con un apparato atto a misurarle.

Detto così sembra che il processo di misura abbia qualcosa di speciale, come una proprietà “magica” di far diventare “determinato” un mondo (quello degli atomi e delle particelle subatomiche) che di per sé non avrebbe proprietà definite. In un certo senso è vero, e quando la meccanica quantistica venne sviluppata fu subito chiaro che “il processo di misura” era una cosa peculiare, e che solo dopo “aver fatto una misura” si poteva legittimamente parlare di proprietà definite di ciò che veniva misurato (atomi, elettroni, particelle elementari e così via). Capire come e perché nascano proprietà definite in un mondo la cui *descrizione più approfondita non le*

*prevede* è un problema che ha interessato per vari motivi i fisici da che la Meccanica Quantistica è stata formulata. Detto in termini concreti: com'è che un elettrone può "passare da due fenditure contemporaneamente", ma un'automobile esce sempre da una o dall'altra porta di un garage? Dal punto di vista della teoria, la natura di un elettrone è la stessa di quella di una macchina, o di un sassolino, o di un granello di polvere, o addirittura della Luna, e quindi per tutti questi oggetti sono possibili – in linea di principio – sovrapposizioni qualsiasi di stati. Ma allora come è possibile che nessuno le abbia mai notate prima? Come Einstein chiese una volta ad Abraham Pais: «Veramente credi che la Luna non ci sia se nessuno la guarda?».

Per capire come la Meccanica Quantistica risponda a queste obiezioni può essere utile analizzare in dettaglio cosa si intende con misura: dal punto di vista fisico, una misura è una interazione di uno strumento con il sistema oggetto di misura, in modo tale che in conseguenza di questa interazione lo strumento venga modificato a seconda delle proprietà del sistema in esame.

Prendendo come esempio la diffrazione dalle due fenditure, la misura avviene alla fine del processo, quando l'energia dell'elettrone viene utilizzata per annerire la lastra fotografica che misura "dove è arrivato". In questo processo l'energia dell'elettrone viene trasmessa a parecchi atomi dell'emulsione fotografica, che di conseguenza fanno avvenire una reazione chimica che produce la macchia che viene poi rilevata. Una misura è quindi un processo per cui l'informazione relativa allo stato di un elettrone (la sua "funzione d'onda") viene per così dire passata ad un numero molto alto di altre particelle, in linea di principio a tutto il resto del mondo perché la lastra fotografica interagisce a sua volta con tutto l'ambiente (ad esempio può essere attaccata ad un macchinario che a sua volta poggia sul pavimento e così via).

La conseguenza principale di questo processo di interazione con uno strumento (ed un ambiente) è quella di "trasformare" per così dire lo stato inizialmente indeterminato di un elettrone (rappresentato ad esempio con i valori della funzione d'onda  $\Psi(x,t)$  sullo schermo) in uno stato che è la combinazione di stati determinati (le macchie che si vedono), a ciascuna delle quali è associata una probabilità di osservazione (parti a  $|\Psi(x,t)|^2$ ). Questo processo, che descrive sostanzialmente il modo con cui da un mondo "quantistico" (indeterminato) si passa ad uno classico (determinato) si chiama *decoerenza*. Uno dei risultati più interessanti di questa analisi è quello di rispondere anche alla domanda sul come mai le strane proprietà del mondo microscopico non si osservino (generalmente) in oggetti di uso comune.

Le sovrapposizioni quantistiche che danno origine a stati con proprietà indeterminate, come lo stato  $\Psi(x,t) = \Psi_1(x,t) + \Psi_2(x,t)$  che descrive un elettrone che "passa contemporaneamente da due fenditure" (senza avere

quindi una traiettoria determinata) sono molto *fragili rispetto all'interazione incontrollata con altri oggetti*. Per riuscire a vedere la diffrazione da due fenditure è necessario *isolare* quanto più possibile da influenze esterne gli elettroni che vengono prodotti, passano attraverso le fenditure e vengono in seguito rivelati. Ad esempio, è necessario rimuovere quanto più possibile l'aria dal percorso, in modo da non avere interazioni incontrollate con l'ossigeno e l'azoto, che agendo a mo' di strumento di misura, farebbero sì che l'elettrone venisse continuamente "localizzato" percorrendo una traiettoria sostanzialmente classica (per quanto "a zig zag" in seguito agli scontri con le molecole dell'aria).

Non c'è quindi nulla che vieti in linea di principio di osservare effetti di interferenza con oggetti ben più grandi di singoli elettroni, a patto ovviamente di riuscire a *controllare* sia le loro interazioni con l'ambiente esterno, sia il loro stato interno. Uno degli esperimenti più interessanti a questo proposito riguarda l'osservazione di effetti di interferenza in molecole organiche di oltre 400 atomi, esperimento condotto nel 2011 che ha richiesto eccezionali livelli di controllo ed isolamento.

#### PROPRIETÀ QUANTISTICHE DI UN SISTEMA COMPOSTO DA PIÙ OGGETTI. *ENTANGLEMENT*

Il principio quantistico secondo cui gli oggetti non hanno necessariamente sempre proprietà ben definite ha conseguenze abbastanza "drammatiche" quando si considerano sistemi composti da più di una particella.

Il primo a mettere il dito sulla piaga fu proprio Einstein – il quale, come accennato prima, era abbastanza critico sull'indeterminatezza propria della Meccanica Quantistica – che insieme ai colleghi Boris Podolsky e Nathan Rosen pubblicò nel 1935 un interessante articolo intitolato *Si può considerare completa la descrizione della realtà fornita dalla Meccanica Quantistica?*

In questo articolo Einstein e colleghi presentano una critica molto interessante a quello che all'epoca era già diventato un caposaldo dell'interpretazione di Copenhagen: in generale ha senso di parlare delle proprietà degli oggetti *solo quando queste vengono misurate*. Einstein, Podolsky e Rosen (in seguito, EPR) mostrano invece – utilizzando in maniera rigorosa i dettami della Meccanica Quantistica stessa – che è possibile stabilire con certezza le proprietà di un oggetto senza in alcun modo misurarlo né interagire con esso, e da questo deducono che la Meccanica Quantistica, così come compresa e formulata allora, non poteva essere una teoria completa.

Prima di addentrarci nell'argomentazione di Einstein, occorre però

fare una piccola digressione e descrivere, brevemente, cosa si intende con sistema composto in Meccanica Quantistica, ed in particolare descrivere i sistemi che sono poi stati utilizzati per realizzare l'esperimento descritto dall'articolo EPR, ovvero i sistemi dotati di *spin*.

Lo spin è una proprietà delle particelle analoga alla rotazione delle trottole. Nel caso degli elettroni l'asse di rotazione si comporta anche come l'ago di una bussola e si orienta in un campo magnetico. A differenza però dell'ago di una bussola, che si orienta in maniera continua, lo spin di un elettrone si può trovare solamente in due stati: parallelo o anti-parallelo alla direzione in cui lo si misura. Dal punto di vista matematico questo vuol dire che la funzione d'onda di un elettrone non descrive solo la probabilità di trovarlo in una certa posizione  $x$ , ma anche la probabilità che la proiezione  $s$  dello spin rispetto ad un asse fissato sia parallela o antiparallela alla direzione dell'asse di misura. Matematicamente possiamo scrivere:

$$\Psi_{(x,s)} = \Psi(x) |s\rangle,$$

dove il simbolo  $|s\rangle$  indica lo stato di spin del sistema. In generale è una sovrapposizione dello stato in cui troviamo l'elettrone parallelo all'asse di misura (e che viene indicato con  $|\uparrow\rangle$ ) e quello in cui lo troviamo antiparallelo all'asse (e che viene indicato con  $|\downarrow\rangle$ ).

Per quanto riguarda i sistemi composti la descrizione quantomeccanica è molto semplice: la loro funzione d'onda è il prodotto delle funzioni d'onda degli stati singoli. Pertanto se abbiamo un elettrone che si muove verso sinistra (moto descritto dalla funzione  $\Psi_s(x)$ ) con spin positivo e un elettrone che si muove verso destra ( $\Psi_d(y)$ ) con spin negativo, la funzione d'onda del sistema di due particelle diventa

$$\Psi_1 = \Psi_s(x) |\uparrow\rangle \quad \Psi_d(y) |\downarrow\rangle = \Psi_s(x) \Psi_d(y) |\uparrow\rangle \quad |\downarrow\rangle$$

e fin qui tutto bene. Lo stato descritto da  $\Psi_1$  ha una interpretazione classica ben precisa. Una particella si muove a sinistra con spin positivo, e una a sinistra con spin negativo <sup>(1)</sup>.

Ovviamente possiamo anche considerare lo stato in cui la prima particella si muove a sinistra con spin negativo, e la seconda a destra con spin positivo, ovvero

$$\Psi_2 = \Psi_s(x) |\downarrow\rangle \quad \Psi_d(y) |\uparrow\rangle = \Psi_s(x) \Psi_d(y) |\downarrow\rangle \quad |\uparrow\rangle$$

---

<sup>(1)</sup> Il fine conoscitore della Meccanica Quantistica avrà notato che stiamo trascurando una proprietà importante dei sistemi elettronici, ovvero l'antisimmetria globale della funzione d'onda in seguito allo scambio di particelle. Il fine conoscitore potrà anche apprezzare che il sorvolare su questo aspetto, per quanto importante, permette di semplificare notevolmente l'argomentazione, cogliendone il succo e tralasciandone gli aspetti più tecnici.

che è anch'esso uno stato per cui la nostra intuizione "classica" funziona benissimo.

Ma ora, seguendo EPR ed applicando diligentemente il principio di sovrapposizione, consideriamo lo stato "somma"

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = \Psi_s(x) \Psi_d(y) ( |\uparrow\rangle |\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle ).$$

Cosa mai describe? Beh, abbiamo ancora due elettroni come prima, di cui uno sta andando a sinistra e uno a destra (cosa che ci viene detta dal prodotto  $\Psi_s(x) \Psi_d(y)$ ). E lo stato di spin? Ecco, qui abbiamo una cosa strana... nessuna delle due particelle ha uno spin definito perché la parte di spin si trova in una sovrapposizione di su e giù per ciascuno dei due elettroni. La sovrapposizione, e questo è importantissimo per l'argomento di EPR, esprime però una completa anticorrelazione tra gli spin dei due elettroni: se il primo è su, allora il secondo è giù e viceversa.

Immaginiamo quindi che i due elettroni siano completamente isolati nella loro evoluzione, di modo che la sovrapposizione non venga disturbata. Quando sono arrivati ad una notevole distanza, diciamo ad esempio la distanza che la luce percorre in un secondo, immaginiamo di misurare lo spin dell'elettrone di sinistra. Non sappiamo cosa otteniamo, potremmo ottenere il risultato "su" oppure quello "giù" con uguale probabilità, ma secondo i dettami della meccanica quantistica allora una misura effettuata sull'*altro* elettrone dovrà dare il risultato opposto, per via della perfetta anticorrelazione.

Fin qui siamo perfettamente nell'ortodossia. Ed è esattamente a questo punto che EPR lanciano la loro stiletta: la perfetta anticorrelazione, secondo la Meccanica Quantistica, dovrebbe venir osservata *anche nel caso in cui* la seconda misura venisse effettuata a meno di un secondo dalla prima, in modo che nessuna informazione sul risultato ottenuto a sinistra possa essere giunta all'apparato di destra, in accordo coi dettami della Teoria della Relatività per cui la velocità massima di qualsiasi segnale è la velocità della luce. Quindi, concludono Einstein, Podolsky e Rosen, lo stato dell'elettrone di destra deve essere determinato ancora prima della misura, in contraddizione con i principi della Meccanica Quantistica.

La risposta di Bohr all'argomentazione EPR, apparsa sul volume successivo della stessa rivista, è per molti versi insoddisfacente. In quegli anni la Meccanica Quantistica stava mietendo però una serie impressionante di successi, e la discussione sull'obiezione EPR non andò avanti per molto.

Il genio però era uscito dalla bottiglia: quale mai era il significato degli stati perfettamente correlati, come ad esempio  $|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle$ , usati nell'argomento EPR? Ad accorgersi della loro "stranezza" fu lo stesso Schrödinger, che ne mise in luce un aspetto assolutamente nuovo e non

classico: la conoscenza completa dello stato di un sistema composto può non essere associato alla conoscenza completa di alcuno dei suoi sottosistemi, dove la "conoscenza completa" in Meccanica Quantistica viene espressa tramite la "funzione d'onda". Lo stato "anticorrelato"  $|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle + |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle$  non può essere espresso in alcun modo come "prodotto" di due stati di spin dei due sottosistemi, così come una matassa ingarbugliata che non si può separare. Questa proprietà di *alcuni* stati di sistemi composti viene chiamata, appunto, *entanglement* <sup>(2)</sup>.

Gli stati entangled sono quindi ben diversi dagli stati "prodotto", come ad esempio quello  $|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle$  che descrive uno stato ben preciso per la particella di sinistra (il suo spin che punta in su) ed uno stato ben preciso della particella di destra (il suo spin punta in giù).

Fu solo circa 30 anni dopo la pubblicazione dell'articolo EPR, che la "spaventosa azione a distanza" suggerita dal processo di misura su stati entangled (secondo una dizione dello stesso Einstein) riuscì finalmente a mostrare tutta la sua stranezza. Nel 1964 John Bell pubblica un lavoro fondamentale in cui il suggerimento di EPR che la Meccanica Quantistica fosse incompleta viene preso sul serio ed usato per ricavare delle previsioni "misurabili" sui risultati di certi esperimenti.

Bell mostra che, in generale, l'idea di Einstein di completare la Meccanica Quantistica in senso realistico (ovvero le quantità matematiche usate sono in corrispondenza con quello che viene osservato, a differenza della funzione d'onda che non può essere osservata direttamente ma che determina indirettamente, attraverso il suo quadrato, le probabilità di avere determinati risultati), mantenendone la località (ovvero supponendo che gli effetti di una misura sullo stato di un sistema non si propaghino più velocemente della velocità della luce) porta a una serie di disuguaglianze relative a certe combinazioni di quantità osservabili che non sono rispettate dall'interpretazione ordinaria della Meccanica Quantistica.

Finalmente dopo 30 anni fu possibile trasformare la critica di Einstein in una serie di esperimenti! L'argomentazione originale di Bell è forse un po' troppo complicata per essere riportata qui, ma sostanzialmente si basa sul considerare misure di spin non solo in una direzione, ma in direzioni indipendenti separate da un angolo  $\theta$ . In questo caso la anticorrelazione tra i valori misurati non può essere perfetta, ma quello che Bell mostra è che se EPR ha ragione (la meccanica quantistica è incompleta ed il suo com-

---

<sup>(2)</sup> Termine tecnico di uso comune anche in conversazioni in lingua italiana. L'eventuale utilizzo di analoghi termini italiani, ovvero "aggrovigliamento" o "ingarbugliamento", provoca di solito reazioni stupite o divertite.

pletamento mostrerà che le quantità osservabili sono sempre perfettamente definite) allora una certa quantità, che chiameremo  $\Sigma(\theta)$ , dovrà necessariamente essere compresa tra i valori  $-2$  e  $2$ . D'altra parte, se l'interpretazione di Copenhagen fosse corretta – e quindi la meccanica quantistica è completa così com'è, non esistono proprietà definite e per giunta le anticorrelazioni “nascono” istantaneamente – allora per certi valori dell'angolo  $\theta$  la quantità  $\Sigma(\theta)$  verrà osservata essere maggiore di  $2$  o minore di  $-2$ .

Purtroppo la situazione sperimentale indicata da Bell per verificare o meno l'esistenza del fenomeno individuato da EPR richiese circa altri 20 anni prima di poter essere realizzata in un laboratorio, e fu solo nel 1981 che Alain Aspect e collaboratori riuscirono finalmente a misurare  $\Sigma(\theta)$ . Chissà cosa avrebbero pensato Einstein, Podolsky e Rosen nel vedere il risultato riportato in Fig. 5, dove si vede chiaramente che i dati sperimentali, rappresentati dai circoletti con una barra che corrisponde al 95% dell'intervallo di confidenza, si appoggiano molto bene alla curva che corrisponde alla previsione della Meccanica Quantistica ed eccedono, per certi valori dell'angolo  $\theta$  i limiti entro cui le misure dovrebbero stare se Einstein avesse avuto ragione.

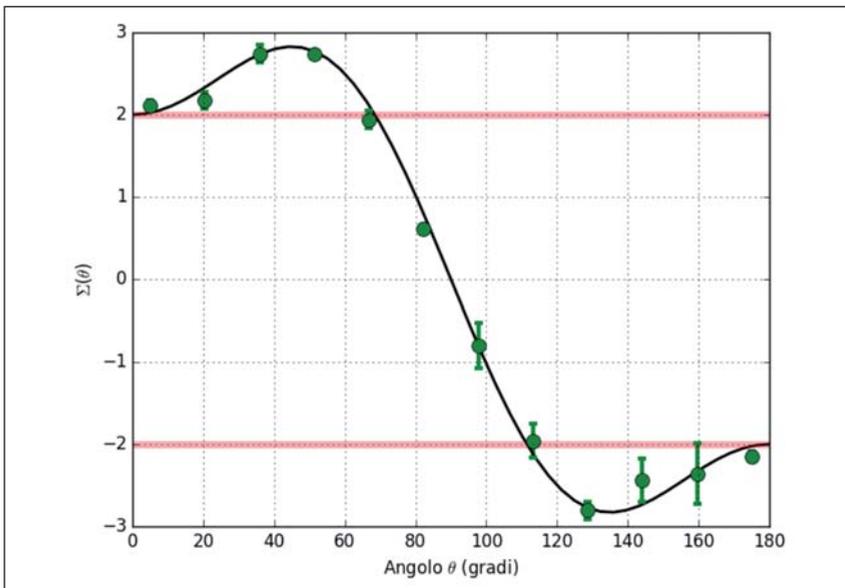


Fig. 5. Esempio di risultato ottenuto da esperimenti tipo quello di Alain Aspect. In nero la previsione teorica della meccanica quantistica per la quantità  $\Sigma(\theta)$ , in verde i risultati sperimentali ed in rosso sono segnati i confini entro cui dovrebbero rimanere i dati sperimentali su  $\Sigma(\theta)$  nel caso in cui EPR avessero ragione (*Disuguaglianza di Bell*). Rappresentazione dei risultati ottenuti da Alain Aspect, utilizzando dati sintetici. La figura originale viene riportata nel libro di Haroche e Raimond. Lavoro originale dell'autore, alcuni diritti riservati (CC-BY-NC-SA).

Il mondo è effettivamente molto strano: perfette (anti)correlazioni che "non esistono di per sé" nascono "istantaneamente" anche a distanze così grandi per cui nessuna informazione sul risultato della misura dello spin di una particella ha avuto modo di propagarsi fino al punto ed all'istante in cui l'altra particella viene misurata. Indubbiamente EPR potrebbero pensare che ci fosse qualcosa di sbagliato negli esperimenti, ed in effetti i risultati di Aspect sono stati sottoposti a critiche minuziose. Finora però la situazione è decisamente confermata: la violazione delle disuguaglianze di Bell è stata verificata indipendentemente da parecchi gruppi di ricerca in giro per il mondo, lavorando anche su particelle diverse (elettroni, protoni, fotoni). In tutti i casi le previsioni della Meccanica Quantistica sono state confermate.

Per dare un'idea della "stranezza" che le disuguaglianze di Bell dimostrano, può essere utile riportare i risultati di un esperimento ideale e dimostrare come questi siano incompatibile con una visione "Einsteiniana" della realtà. L'argomento che segue è tratto pari pari da un interessante articolo di David Mermin.

Supponiamo quindi di avere due rivelatori (che chiameremo A e B), ad uguale distanza da una sorgente (che chiameremo C), posta sulla linea che congiunge A e B. Ciascun rivelatore ha un selettore che possiamo mettere in tre posizioni (e che indicheremo con 1, 2 e 3), mentre il risultato della misura viene rappresentato dall'accendersi di una delle due lampadine di cui è dotato il rivelatore e che possono essere rossa (R) o verde (V). L'esperimento procede in questo modo: si decidono casualmente la posizione del selettore in A e quella del selettore in B, si preme un tasto su C, e si osserva che dopo un certo tempo si accende una delle due lampadine in A *contemporaneamente* ad una delle due lampadine di B. Questa procedura viene ripetuta un gran numero di volte.

Il risultato di questo esperimento lo possiamo quindi rappresentare come una serie di due numeri e due lettere. I due numeri corrispondono alla posizione dei due selettori (che vengono scelti casualmente), mentre le due lettere corrispondono alle lampadine che si sono accese dopo aver disposto i selettori e premuto il tasto su C. Un esempio di sequenza può essere:

21RR 22RR 33VV 31VV 11VV 22VV 32RR 31RV 32RV 12VV 11VV 11VV 32RV  
31VR 13VR 33VV 23RV 23RV 13RR 11RR 31RV 13RV 23RV 23RV 31VR 12RV  
31RV 22VV 13VR 21VR 32RV 12VV 13VR 22VV 32VR 21VR 12RV 22RR 22VV

Ripetendo l'esperimento ideale un gran numero di volte si noterebbero due proprietà nella sequenza dei risultati:

1. Se i due selettori sono nella stessa posizione, allora si accendono le due lampadine dello stesso colore. Si noti che le lampadine dello stesso colore

si possono accendere anche con selettori diversi, come ad esempio nel settimo risultato, 32RR, mostrato nella sequenza sopra

2. Indipendentemente dalla scelta dei selettori, si osserva che le lampadine si accendono in maniera completamente casuale. In particolare, metà delle volte le lampadine si accendono dello stesso colore e metà delle volte di colori diversi.

Di fronte ai risultati di questo esperimento, un fisico si porrebbe probabilmente la domanda: come è possibile che accada così? Einstein avrebbe pochi dubbi: dal momento che le lampadine si accendono *contemporaneamente* allora vuol dire che qualsiasi cosa arrivi ai rivelatori A e B deve portare con sé una serie di informazioni che determinano quale lampadina si accende a seconda del rivelatore. E dal momento che se i selettori sono nella stessa posizione si ottiene sempre lo stesso risultato, allora vuol dire che queste proprietà sono le stesse per le due particelle che partono da C alla volta di A e B non appena premiamo il tasto.

Senza entrare nei dettagli di quale sia questa proprietà, possiamo benissimo immaginare in maniera equivalente che ogni particella parta con un insieme di istruzioni che descrivono quale lampadina accendere a seconda del selettore. Dal momento che ci sono tre selettori ogni particella dovrà portarsi appresso tre informazioni che, a seconda della posizione del selettore, determinano quale lampadina far accendere. Ci sono quindi otto possibili tipi di particelle che vengono create in coppia nella sorgente C, e che possiamo chiamare RRR, RRV, RVR, RVV, VRR, VRV, VVR e VVV.

Ad esempio, il primo tipo di particella (RRR) porta con sé l'informazione di far accendere la luce rossa per ogni posizione del selettore, il secondo tipo (RRV) fa accendere la luce rossa quando il selettore è nelle posizioni 1 e 2, ma la luce verde se è in posizione 3, e così via. Queste particelle vengono create *in coppie uguali*, e questo rende conto della prima proprietà osservata: se i due selettori sono nella stessa posizione, allora si accendono sempre le luci dello stesso colore.

Purtroppo però questo ragionamento "classico" non permette di rendere conto della seconda proprietà osservata. Il fatto che metà delle volte si accende la stessa luce, e metà delle volte no. Consideriamo ad esempio cosa succede quando vengono emesse delle particelle di tipo RRV. Dal momento che i selettori sono *scelti* in maniera casuale tutte le nove possibilità sono equiprobabili. In particolare, le particelle RRV faranno illuminare le luci di diverso colore quando i selettori sono scelti in modo 13, 31, 23 e 32. In tutti gli altri cinque casi (ovvero 11, 22, 33, 12, 21) le lampadine si illumineranno dello stesso colore. Quindi, per le particelle di tipo RRV c'è uno sbilanciamento nella frequenza con cui le lampadine si illuminano dello

stesso colore: 5 casi su un totale di 9. È chiaro che la stessa cosa succede per tutte le altri tipi di particella in cui una lettera è diversa dalle altre due (ovvero i tipi RVR, RVV, VRR, VRV e VVR): anche qui la probabilità di avere lampadine che si illuminano dello stesso colore è  $5/9$ . Se consideriamo che negli ultimi due casi che rimangono (VVV e RRR) le lampadine si accendono *sempre* dello stesso colore, si vede chiaramente che l'ipotesi che le particelle si portassero dietro tutte le informazioni necessarie per far scattare le lampadine avrebbe come risultato che la probabilità di osservare lo stesso colore, chiamiamola  $p$ , è maggiore di  $5/9$ .

Questo modo di ragionare ci ha portato quindi ad una disuguaglianza:  $p > 5/9$ . È importante notare che siamo arrivati a questa conclusione semplicemente assumendo che "in qualche modo" l'informazione fosse presente in ciascuna particella presa singolarmente al momento della misura. Ovvero, equivalentemente, che le particelle singole avessero proprietà ben definite ancora prima che interagissero coi rivelatori. Il risultato che Bell ottenne per la funzione  $\Sigma(\theta)$  fu ricavato con considerazioni analoghe.

La meccanica quantistica, invece, prevede che in certi casi questa disuguaglianza possa essere violata, ed in particolare è perfettamente possibile osservare  $p = 1/2$ . Un caso in cui questo avviene è ad esempio quando si considera una coppia entangled nello stato di "singoletto"

$$|\Psi\rangle = (|\uparrow\rangle |\downarrow\rangle - |\downarrow\rangle |\uparrow\rangle) / \sqrt{2},$$

ed i tre selettori corrispondono ad una misura del valore dello spin in tre direzioni su un piano separate tra di loro di  $120^\circ$  (come i vertici di un triangolo equilatero). I due rivelatori sono anche fatti in modo che lo spin "su" in uno corrisponda al rosso, e lo spin "su" nell'altro corrisponda al verde.

Senza entrare troppo nei dettagli, può essere utile richiamare che la proprietà 1. di cui sopra deriva dall'invarianza dello stato  $|\Psi\rangle$  per rotazioni. Qualunque sia la direzione che scegliamo di misurare, lo stato rimane lo stesso, ovvero una sovrapposizione di "su-con-giù" e "giù-con-su" con segno negativo. Se le due misure sono fatte nella stessa direzione, allora le due particelle saranno sempre misurate con spin opposti (per via della completa anticorrelazione), ma dal momento che i rivelatori sono costruiti con le luci "invertite" uno rispetto all'altro, allora si accendono le stesse lampadine.

La proprietà 2. invece deriva dal fatto che ogni selettore corrisponde alla misura dello spin  $S$  in una direzione  $a_i$  (se chiamiamo con  $i$  la posizione del selettore) ovvero alla misura dell'operatore  $S_1 a_i$  per la prima particella e contemporaneamente alla misura di  $S_2 a_j$  per la seconda. Ciascun valore può essere +1 o -1 e quindi il fatto che in media le lampadine si accendano metà delle volte in maniera concorde e metà delle volte in maniera discorde significa che il valor medio della misura del prodotto  $S_1 a_i$  con  $S_2 a_j$  sullo stato

$|\Psi\rangle$  debba essere uguale a zero quando consideriamo tutte e tre le direzioni per  $i$  e tutte e tre le direzioni per  $j$  in maniera equiprobabile. L'espressione matematica di questa affermazione è

$$\sum_{i,j} \langle \Psi | S_1 a_i S_2 a_j | \Psi \rangle = 0,$$

che è verificata dal momento che abbiamo scelto le direzioni  $a_i$  ai vertici di un triangolo equilatero e quindi

$$\sum_{i=1}^3 a_i = \sum_{j=1}^3 a_j = 0.$$

A parte queste ultime considerazioni, decisamente più matematiche e che strizzano un occhio agli addetti ai lavori, è importante ribadire quale sia il contributo di Bell alla risoluzione del problema posto da EPR. Einstein e collaboratori ritenevano di aver dimostrato che la meccanica quantistica non potesse essere una descrizione esauriente dei fatti mostrandone una inconsistenza interna. La loro dimostrazione si basava anche sul fatto che le proprietà delle varie componenti di un sistema dovessero essere descritte da "qualcosa di locale", per poter soddisfare la richiesta relativistica che le informazioni non si possano propagare a velocità superiore a quella della luce e quindi due misure sufficientemente lontane e contemporanee non potessero influenzarsi.

La Meccanica Quantistica, invece, pone l'accento sulla non-separabilità dello stato di un sistema composto, che porta ad osservare correlazioni tra misure effettuate anche in punti lontani anche senza il bisogno di assumere che le proprietà osservate siano "pre-esistenti" al processo di misura.

Per quanto l'argomento di EPR sembri cogente, l'arbitro finale nella scienza è sempre l'esperimento. Quando due teorie diverse sembrano "configgere" in qualche punto, ecco che è il caso di andare vedere cosa succede con un esperimento diretto. Cosa andare a vedere, però, non era chiaro dal lavoro EPR, e ci è voluta l'analisi di Bell per poter finalmente trasformare il risultato delle argomentazioni teoriche («la meccanica quantistica è una teoria incompleta») nel risultato di una misura (« $\Sigma(\theta)$  è sempre compreso tra i valori -2 e 2»). Se il risultato di certe misure viola una ben precisa disuguaglianza, allora ha ragione Bohr. Altrimenti ha ragione Einstein.

E pare proprio che in questo caso Einstein avesse torto.

La visione del mondo che viene fuori dalla Meccanica Quantistica, però, è ben strana. Le correlazioni implicate (e verificate sperimentalmente!)

nel caso di stati entangled suggeriscono che la natura si "comporti" in una maniera praticamente incomprensibile: le parti di un sistema entangled "acquistano" come per magia proprietà perfettamente correlate in una maniera istantanea che sembra violare il principio per cui nulla può trasmettersi più veloce della luce. In realtà un'analisi più approfondita della questione mostra che tra la Meccanica Quantistica e la Teoria della Relatività non c'è quella contraddizione che EPR aveva sottolineato, dal momento che anche avendo a disposizione stati entangled non è possibile trasmettere informazioni più veloce della luce. Le perfette (anti)correlazioni implicate dalla misura di parti lontane di uno stesso sistema entangled (e quindi, di per sé, indeterminato) sono apparenti solo quando le persone che hanno fatto le misure si riuniscono da qualche parte a controllare i loro risultati.

## CONCLUSIONI

La Meccanica Quantistica è ben strana. I miei venticinque lettori che giunti a questo punto (complimenti!) si stiano lamentando che quanto detto finora abbia poco senso non fanno che aggiungere le loro perplessità a quella di schiere di studiosi della teoria quantistica da ormai quasi 90 anni a questa parte, ad iniziare dallo stesso Bohr che era solito dire: "Se qualcuno non viene scioccato dalla meccanica quantistica significa che non l'ha capita".

Eppure la Meccanica Quantistica ha mietuto in tutti questi anni dei successi incredibili nella spiegazione di fenomeni "del microcosmo", permettendo, ad esempio, di capire a fondo la struttura atomica e subatomica della materia. Questa enorme potenza esplicativa della Meccanica Quantistica deriva sostanzialmente dal fatto che nonostante sia molto difficile "raffigurarsi" cosa possa accadere nell'analisi di un particolare processo fisico, la struttura matematica della teoria è chiara e permette di effettuare calcoli molto precisi, i quali si rivelano poi in sorprendente accordo col risultato delle misure effettuate in laboratorio. Questa "irragionevole efficacia" della matematica nel descrivere fenomeni altrimenti incomprensibili porta di solito ad un approccio "pratico" al problema dell'interpretazione della teoria che Mermin, a cui si deve l'esempio dei rivelatori rossi e verdi riportato più sopra, riassume con un consiglio chiaro: «Stai zitto e calcola!».

A conclusione di questo breve saggio, mi sia permesso di accennare al fatto che i fenomeni "non classici" che qui si è provato ad illustrare (sovrapposizione ed entanglement) sono oggi alla base di una "rivoluzione" nel trattamento e nella comunicazione di informazioni. Esistono già in commercio dispositivi, basati su stati entangled di fotoni, capaci di creare canali di comunicazione *non intercettabili* su distanze di varie centinaia di

chilometri. Inoltre gli ultimi anni hanno visto un tremendo investimento nella creazione di dispositivi in grado di processare informazione utilizzando la meccanica quantistica.

L'informatica tradizionale si basa sull'utilizzo di *bit*, ovvero sistemi fisici in grado di essere in uno di due stati (acceso o spento). La meccanica quantistica, invece, apre la possibilità di utilizzare mattoni più potenti, dal momento che in linea di principio un oggetto microscopico che si presenti in due stati quantistici (come ad esempio i due stati di spin di un elettrone) potrebbe essere messo in una *arbitraria sovrapposizione* di acceso e spento, dando così origine ad un bit quantistico, o *qubit*. La possibilità poi di avere un arbitrario stato entangled di qubit farebbe sì che, in linea di principio, innumerevoli calcoli possano essere effettuati in maniera perfettamente parallela e con un numero di "operazioni elementari" molto minori di quelle necessarie per effettuare un calcolo analogo con un computer tradizionale. I problemi "pratici" che ci separano da questa rivoluzione informatica prossima ventura sono sostanzialmente due: il primo è quello di riuscire a controllare in maniera precisa lo stato di un insieme quanto più possibile grande di qubit, mentre il secondo è quello di riuscire ad isolarlo il più possibile dalle influenze esterne che, come abbiamo visto prima, tendono a scompigliare le delicate sovrapposizioni quantistiche su cui si basa la rivoluzione informatica prossima ventura.

## BIBLIOGRAFIA

- BELL J.S., 2010 - *Dicibile e indicibile in Meccanica Quantistica*. Adelphi.
- BOHR N., 1935 - Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete? *Physical Review*, 48, p. 696. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.48.696>.
- EINSTEIN A., PODOLSKY B. & ROSEN N., 1935 - Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete? *Physical Review*, 47, p. 777. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRev.47.777>.
- GERLICH S. *et al.*, 2011 - Quantum interference of large organic molecules. *Nature Comm.* 2, p. 263. [www.nature.com/articles/ncomms1263](http://www.nature.com/articles/ncomms1263).
- GHIRARDI G.C., 2015 - *Un'occhiata alle carte di Dio*. Il Saggiatore.
- HAROCHE S. & RAIMOND J.-M. 2013 - *Exploring the Quantum. Atoms, Cavities, and Photons*. Oxford University Press.
- MERMIN N.D., 1985 - Is the Moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory. *Physics Today*, 38, p. 38.