

MAURIZIO DAPOR (\*)

## ELOGIO DEL CASO

ABSTRACT - DAPOR M., 2004 - Praise of chance.

Atti Acc. Rov. Agiati, a. 254, 2004, ser. VIII, vol. IV, B: 37-46.

Chance has played and plays a constructive role in innumerable environments: in physics, in biology, in neurosciences, in social sciences. The paper briefly describes the crucial role that chance plays in a few important instances: concluding, in particular, that chance is fundamental in the definition of the processes that occurred during the billions of years required to achieve intelligence and consciousness.

KEY WORDS - Chance, Monte Carlo method, random numbers.

RIASSUNTO - DAPOR M., 2004 - Elogio del caso.

Il *caso* ha svolto e svolge un ruolo costruttivo in innumerevoli ambiti: in fisica, in biologia, nelle neuro-scienze, nelle scienze sociali. L'articolo descrive brevemente il ruolo cruciale svolto dal caso in alcune importanti circostanze: concludendo, in particolare, che il caso è stato fondamentale nella definizione dei processi avvenuti durante i miliardi di anni necessari per giungere all'intelligenza ed all'auto-consapevolezza.

PAROLE CHIAVE - Caso, Metodo di Monte Carlo, numeri casuali.

### INTRODUZIONE

Nelle scienze fisiche e in quelle biologiche il *caso* assume un'importanza fondamentale. Nelle scienze della vita, ad esempio, il caso (le mutazioni) e la legge (la selezione) sono presenti nella precisa misura necessaria a produrre, avendo a disposizione tempo a sufficienza, in-

---

(\*) Istituto Trentino di Cultura, Centro per la ricerca scientifica e tecnologica, Povo di Trento.

formazione biologica: informazione provvista di significato nell'ambiente in cui si colloca. I dati genetici sono *compresi* dagli amminoacidi. I dati genetici sono simboli a cui è annessa una semantica.

Non deve sorprendere che il caso abbia svolto un ruolo cruciale nell'identificazione del linguaggio della vita: tra tutti i possibili codici realizzabili con triplete di quattro differenti nucleotidi associate a venti differenti amminoacidi è assai difficile, in effetti, immaginare una ragione plausibile che abbia favorito il particolare codice genetico che conosciamo. Il codice utilizzato da tutti i sistemi viventi è frutto del caso e della selezione e, nel corso di miliardi di anni, non è mai stato concesso lo sviluppo di sistemi biologici fondati su un codice differente. Il nostro codice genetico è, in effetti, un esempio di *incidente congelato*.

Prima di procedere conviene esaminare il caso dal punto di vista delle scienze fisiche, al fine di stabilire se possa essere considerato una grandezza fisica.

#### DEFINIZIONE OPERATIVA

In fisica siamo propensi a considerare solo grandezze che siano *operativamente definibili*. L'idea di definizione operativa possiede una formidabile potenza descrittiva e una notevole ricchezza concettuale. Rappresenta una maniera assai rigorosa, onesta e sobria (e anche per questa ragione tanto apprezzata dalla comunità dei fisici) per identificare le grandezze meritevoli di attenzione e degne di interesse. La fisica è una scienza quantitativa: essa si occupa di individuare le relazioni esistenti tra entità misurabili. Per questo Percy W. Bridgman introdusse il concetto di definizione operativa. La definizione operativa permette di confondere, letteralmente, una grandezza fisica con la procedura sperimentale che consente di misurarla. L'idea è molto proficua. Sofferziamoci, per un momento, sul concetto di tempo. Finché Albert Einstein non rivoluzionò la fisica osservando che la natura dello stesso poteva essere individuata solo accettando che il suo scorrere potesse essere soggetto a variazioni (e dipendere dalla velocità relativa degli osservatori e dalla presenza di materia) il tempo era considerato come un assoluto, una sorta di entità privilegiata il cui scorrere nulla avrebbe potuto condizionare o modificare. Ma il concetto di tempo doveva invece sbarazzarsi di ogni connotazione vaga e imprecisa: «La definizione propria di un concetto – secondo Bridgman – va data non in termini di proprietà, ma in termini di operazioni effettive». In tal modo «non ci

troveremo mai imbarazzati [...] cercando di rintracciare in natura il prototipo del tempo assoluto di Newton».

Nella pratica quotidiana i fisici conferiscono un gran valore alle grandezze di cui è nota una «ricetta» che descrive il processo e gli strumenti necessari per misurarle, e tendono a considerare con sospetto i concetti vaghi e/o difficilmente misurabili (quali, ad esempio, quelli di intelligenza, di conoscenza, di coscienza, di autoconsapevolezza ecc.). Molti fisici tendono, deliberatamente e consapevolmente, a confondere, talora, la grandezza fisica con la ricetta per la sua misura. Questa fusione tra la grandezza e la sua misura può essere fruttuosa e benigna se utilizzata con moderazione e intelligenza. Un suo utilizzo rigido ed eccessivamente rigoroso si traduce invece in pedanti quanto inutili distinzioni.

Secondo un'interpretazione «forte» del concetto di definizione operativa, la distanza, ad esempio, tra due oggetti è la procedura che un fisico utilizza per stabilirne il valore. Si tratta di una posizione estrema, che ha mostrato in alcune circostanze i suoi limiti: attenendosi scrupolosamente ad un tale programma, dovremmo considerare la distanza tra gli oggetti macroscopici dell'esperienza quotidiana (misurata con un regolo rigido) e la distanza tra gli atomi nelle strutture cristalline (misurata mediante la diffrazione dei raggi X) come due grandezze differenti. In ogni caso, una volta alleggerita dagli orpelli concettuali prodotti da una sua applicazione troppo zelante (e, pertanto, ottusa), l'idea che le grandezze fisiche richiedono una definizione operativa ha svolto (e tuttora svolge) un ruolo fondamentale nello sviluppo e nel successo delle scienze fisiche.

Secondo molti fisici il «caso» è una misura della nostra ignoranza. D'altronde, come abbiamo visto, la parola «misura» caratterizza le «grandezze fisiche». Poiché, a parere della gran parte dei fisici, i concetti che meritano di essere annoverati tra le «grandezze fisiche» sono quelli (e solo quelli) per i quali è possibile fornire una definizione operativa (una definizione che specifichi esattamente il processo di misura) il caso ha tutta l'aria di poter essere considerato una grandezza fisica.

Definire dunque il «caso» come una «misura» d'ignoranza corrisponde a conferirgli lo status di grandezza fisica. È una grandezza fisica particolare: se non altro perché è misura di una quantità soggettiva, la nostra ignoranza, appunto. Intendo che, qualora non ci sia nessun uomo (nessun ignorante), il caso non si può misurare, secondo la definizione data.

## STRINGHE DI NUMERI

Per procedere preferisco discutere di situazioni concrete: quelle rappresentate, ad esempio, da stringhe di numeri. Una stringa di numeri può essere sia il prodotto di un processo casuale che di una scelta deliberata. Immaginiamo di lanciare in aria una moneta (perfetta) e assegniamo il valore 0 ad una faccia ed il valore 1 all'altra. Esiste una probabilità non nulla di realizzare la sequenza  $a=10101010$  anche se, si noti, si tratta di una stringa che probabilmente nessuno di noi considererebbe casuale. La sua regolarità (la sua periodicità) rende di fatto trascurabile la probabilità che sia prodotta per puro caso lanciando in aria una moneta. Eppure, a ben vedere, non è questo il punto. La probabilità di ottenere la stringa assai più irregolare  $b=10011100$  lanciando in aria una moneta è, infatti, ovviamente identica alla probabilità di ottenere la stringa  $a$ .

La questione appare assai soggettiva e legata ad un'interpretazione umana del significato di caso: sembra talmente probabile che una sequenza regolare come la  $a$  sia stata realizzata con un atto deliberato, piuttosto che per caso, che tendiamo ad escludere una sua generazione casuale. Per qualche motivo, invece, pur riconoscendo che la stringa  $b$  ha la medesima probabilità di occorrenza della  $a$  (in una serie di lanci di una moneta) e che anch'essa può, peraltro, essere stata scritta con un atto deliberato (in effetti io *l'ho scritta* con un atto deliberato e senza lanciare alcuna moneta) tendiamo a considerare  $a$  come «regolare» e  $b$  come «casuale» (e mi si perdonerà certamente l'utilizzo un po' rilassato e vago delle definizioni). C'è un'intrinseca caratteristica nella stringa  $a$ , la sua periodicità, che la rende ai nostri occhi umani speciale anche se, in realtà, essa ha la medesima probabilità della stringa  $b$  di essere il frutto di un processo casuale (si noti che le cifre 1 e 0 sono presenti in  $a$  e  $b$  per lo stesso numero di volte).

Cos'è che ci fa ritenere  $b$  più casuale di  $a$ ?

Be', basta osservare che, se consideriamo le cifre due per volta a partire dalla prima a sinistra, mentre nella prima sequenza compare solo la coppia «10», nella seconda sono presenti sia la «00», che la «01», la «10» e la «11». Questa è la ragione per cui attribuiamo alla seconda sequenza una casualità superiore a quella della prima. È assai chiaro che, per sequenze molto lunghe (quelle cioè veramente interessanti), questo ragionamento si applica considerando gruppi di cifre sempre più grandi.

Il tipo di «misura» della grandezza fisica «caso» appena proposto (un'idea che si deve ai matematici B. Singer e S. Pincus) rende l'opera-

zione di misura un po' meno soggettiva di quella in cui il «caso» è inteso come una misura della nostra ignoranza (informazione mancante): definizione, quest'ultima, identica, tra l'altro, a quella di entropia. È assai chiaro, per sequenze molto lunghe, che il numero di stringhe «disordinate» del *tipo b* è soverchiante rispetto a quello di stringhe «ordinate» del *tipo a*. L'equiprobabilità delle singole stringhe di pari lunghezza e con uguale numero di 1 e 0 rende, complessivamente, molto più probabile imbatterci in una qualunque stringa «disordinata» del *tipo b* piuttosto che nella stringa «ordinata» *a*.

L'estrema soggettività di quest'ultima affermazione la rende piuttosto debole: quello che è disordinato e incomprensibile per qualcuno potrebbe essere colmo di significato per qualcun altro (cosa ne penserebbe un alieno?). Per parte mia, credo che sull'argomento della soggettività siano stati versati fiumi d'inchiostro e dubito sia oggi possibile asserire qualche cosa di nuovo o aggiungere idee genuinamente originali. Desidero solo osservare che l'idea che una grandezza richieda la presenza di esseri senzienti per assumere un significato è contemporaneamente suggestiva e inquietante. Non desidero, tuttavia, prendere posizione in merito a questioni tanto lontane dalle mie competenze di fisico: non so se un albero che cade in una foresta deserta faccia o non faccia rumore. Francamente non sono nemmeno tanto sicuro interessi veramente saperlo.

#### IL RUOLO COSTRUTTIVO DEL CASO

Quale che sia la definizione che se ne dà, il «caso» è tipicamente presentato con una valenza negativa, quale sinonimo di ignoranza e/o di disordine: viene contrapposto, nel linguaggio comune e, spesso, anche in quello scientifico, all'ordine, alla conoscenza dei fenomeni, alla loro predicibilità, all'organizzazione. Si trascura in tal modo di considerarne gli aspetti positivi: dopo tutto è grazie a innumerevoli mutazioni casuali (fissate poi dalle rigide leggi dei meccanismi replicativi e della selezione) se siamo nella condizione, non del tutto spiacevole, di saper scrivere, leggere e far di conto [1].

Pertanto desidero formulare un elogio del caso. Per farlo vorrei limitarmi a descrivere un uso delle sequenze casuali che trova applicazioni innumerevoli nella fisica e nella matematica. Si tratta del metodo di Monte Carlo, una procedura numerica che consente di risolvere complicati problemi matematici [2]. Il metodo deve il nome al suo carattere «casuale», perché il suo utilizzo richiama il gioco d'azzardo e le case da

gioco di Monte Carlo. Per descrivere il metodo di Monte Carlo farò riferimento ad una situazione molto semplice.

Immaginiamo di dover calcolare l'area di una superficie chiusa. Se possediamo un generatore di numeri casuali, non dobbiamo fare altro che circondare la curva con un quadrato di lato noto. Generiamo poi un numero grande (statisticamente significativo) di punti casuali uniformemente distribuiti all'interno del quadrato. Ogni volta che un punto casuale cade all'interno della superficie, si aggiorna un contatore. Al crescere del numero  $N$  di punti generati, il rapporto tra quelli caduti all'interno della superficie di area ignota ed  $N$  tenderà ad approssimare (sempre meglio) il rapporto tra l'area (ignota) della superficie e quella (nota) del quadrato.

Il fatto che le sequenze di numeri casuali permettano di calcolare buone approssimazioni delle aree, non sarebbe di per sé una notizia di particolare pregnanza: il fatto è che il metodo si applica altrettanto bene al caso di superfici con un numero arbitrariamente elevato di dimensioni. Sistemi con un elevato numero di gradi di libertà si incontrano assai sovente nella fisica statistica e, per descrivere tali sistemi, si fa ricorso alla valutazione di integrali multipli con un grande numero di dimensioni. Un esempio importante, ad esempio, è costituito dal calcolo della funzione di partizione di un gas contenente  $N$  atomi alla temperatura  $T$ .

È possibile mostrare che, per un valore assai modesto di  $N$  (20), un computer capace di effettuare 10 milioni di operazioni al secondo, per calcolare con i metodi tradizionali di integrazione numerica la funzione di partizione classica  $Z$  (per un gas di  $N$  atomi alla temperatura  $T$  che interagiscono mediante un potenziale  $V$ ) impiegherebbe qualcosa come  $10^{34}$  volte l'età dell'Universo [3].

Anche complicati problemi di fisica coinvolgenti elevatissimi numeri di particelle possono essere affrontati con il metodo di Monte Carlo: si possono realizzare vere e proprie simulazioni numeriche di processi fisici come l'interazione di un fascio di elettroni con un solido [4,5].

L'utilizzo di sequenze casuali, in questo tipo di calcoli, non è semplicemente utile: costituisce piuttosto, e letteralmente, un passaggio obbligato. Il caso, qui, svolge una funzione costruttiva: qualunque altro tentativo numerico di affrontare problemi veramente interessanti, quali quelli che coinvolgono grandi numeri di particelle, non può, di fatto, che fallire perché richiede tempi di calcolo inaccessibili.

## IL CASO E LA COMPLESSITÀ

La domanda cruciale che si pone in evidenza a questo punto è se il caso, grandezza fisica misurabile e utilizzabile per risolvere problemi concreti, non svolga un ruolo importante anche per rendere interessante un messaggio. Utilizzo qui la parola messaggio per intendere una qualunque stringa che possa essere di qualche utilità per qualcuno. È ben noto che Andrej Kolmogorov, Gregory Chaitin e Ray Solomonoff hanno introdotto, in maniera indipendente, il concetto di *contenuto di informazione algoritmica* (detto anche *casualità algoritmica*). Il contenuto di informazione algoritmica recato da un messaggio è definito come la lunghezza del più breve tra tutti i programmi di calcolo in grado di stampare la stringa che codifica il messaggio (e di porre fine al calcolo).

Un algoritmo molto breve per stampare una stringa come la «101010...10» («10» ripetuto  $n$  volte, con  $n$  grande) consiste nell'ordinare al computer di scrivere per  $n$  volte la stringa «10». Il più breve programma in grado di stampare una stringa casuale è costituito dall'ordine di stampa seguito dalla stringa. In altri termini una stringa come la «101010...10» ha un contenuto di informazione algoritmica molto inferiore di quello di una stringa genuinamente casuale (se le due stringhe sono molto lunghe). Così, sistemi molto ordinati recano una bassa informazione algoritmica: è il caso dei cristalli, configurazioni ordinate di atomi che ripetono periodicamente una struttura tridimensionale. Possiamo di certo asserire che un cristallo ha un piccolo contenuto di informazione algoritmica. Una stringa casuale ha invece un elevato contenuto di informazione algoritmica.

Per precisare questa idea diciamo che una stringa casuale non è *comprimibile*. In altri termini essa non presenta alcuna regolarità che possa essere riconosciuta e utilizzata per comprimerla e ridurre così la lunghezza dell'algoritmo necessario per stamparla. Naturalmente esistono stringhe che sembrano casuali ma non lo sono: «Se si scrive la data di una serie di eclissi consecutive e la si esprime in codice binario, si ricava una fila di 0 e 1 che sembra casuale. [...] Ma mediante le leggi di Newton possiamo prevedere le date delle eclissi, e ogni altra caratteristica delle orbite planetarie. Le leggi di Newton sono semplici formule matematiche che, messe per iscritto, riempiono a malapena una cartolina; quindi l'informazione su tutte quelle eclissi, e in realtà sulla posizione della Terra e della Luna in ogni giorno dell'anno, è implicita in un breve algoritmo. Il sistema Terra-Sole-Luna quindi è relativamente povero di informazione, perché presenta numerose e profonde regolarità.» Lo osserva Paul Davies [6].

Murray Gell-Mann, in alcuni suoi scritti, ha trattato la possibilità di caratterizzare la complessità dei sistemi adattativi (ad esempio degli organismi viventi) osservando innanzitutto che il loro contenuto di informazione algoritmica non è una grandezza adeguata. Ecco cosa constatata a questo proposito [7]: «Evidentemente il contenuto di informazione algoritmica o casualità algoritmica, pur essendo a volte chiamato complessità algoritmica, non corrisponde a ciò che intendiamo comunemente con la parola complessità. Per definire la complessità effettiva ci occorre qualcosa di completamente diverso da una quantità che consegue il suo massimo in stringhe casuali».

Egli descrive la *complessità effettiva* come una grandezza in relazione con la lunghezza del programma in grado di descrivere uno schema conciso delle sole regolarità del sistema osservato. La complessità effettiva di un sistema è piccola sia quando il suo contenuto di informazione algoritmica è piccolo che quando esso è elevato. In altri termini, la complessità effettiva è grande solo per sistemi che non sono né ordinati né disordinati: l'osservatore individuerà dati interessanti solo quando il contenuto di informazione algoritmica recata dal sistema osservato assumerà valori né troppo piccoli né troppo elevati.

I due casi estremi di ordine completo e di casualità massima sono infatti entrambi descritti da uno schema molto breve: nel primo caso perché l'ordine è tale da rendere le regolarità esprimibili in poche righe di programma; nel secondo perché non c'è alcuna regolarità da descrivere. Il genoma umano ha un elevato contenuto di informazione algoritmica. Supponiamo di codificarlo associando a ognuna delle quattro basi della doppia elica del DNA una stringa binaria: «00» per l'adenina, «01» per la guanina, «10» per la citosina e «11» per la timina. Nessuno si aspetta che la sequenza così ottenuta sia molto *comprimibile*. Ma nessuno può nemmeno negare questa eventualità: in fondo potrebbe trattarsi di un caso simile a quello descritto da Paul Davies in relazione alle estreme regolarità del sistema Terra-Luna, che permettono di *comprimerlo* in poche equazioni. Asserire che non esiste alcun breve algoritmo che permetta di descrivere in maniera concisa le informazioni codificate nel DNA corrisponde a niente più che un atto di fede: tuttavia immaginare che esista una singola equazione in grado di *comprimere* il DNA di una persona in poche righe di programma è un'idea talmente insopportabile da farmi ritenere (sperare?) che sia sbagliata.

La complessità effettiva del genoma è la lunghezza della sua parte significativa. Essa è, pertanto, certamente in relazione con la complessità dell'organismo. Ma se confrontiamo il genoma umano con quello delle grandi scimmie antropomorfe, siamo costretti a concludere che

nemmeno la complessità effettiva è una misura adeguata della complessità biologica.

È perciò opportuno accennare anche al concetto di *profondità* (introdotta da Charles Bennett): la profondità di una stringa è in relazione con una speciale media dei *tempi* di elaborazione impiegati da un serie di programmi realizzati con il fine di stampare la stringa e porre fine al calcolo. È degno di nota il fatto che la profondità (così come la complessità effettiva) è piccola sia quando il contenuto di informazione algoritmica è piccolo sia quando esso è grande; anch'essa, cioè, assume valori significativi solo nelle regioni comprese tra l'ordine e il disordine.

Mi si permetta, per concludere, qualche considerazione molto personale. La profondità è in relazione con il tempo di elaborazione (anziché con la lunghezza di un programma) e sembra caratterizzare, almeno qualitativamente, i miliardi di anni occorsi all'evoluzione per arrivare all'intelligenza e all'autoconsapevolezza: si noti che assumo qui (consapevolmente e lucidamente) un atteggiamento che attribuisce all'evoluzione una tendenza ascendente [8]. Ma poiché, con tale affermazione, mi prendo una libertà non consentita nell'usuale dibattito scientifico (in cui si nega all'evoluzione qualunque tendenza, ascendente o discendente che sia) per avventurarmi in territori legati alle sensibilità ed alle credenze personali, preferisco non andare oltre e limitarmi, piuttosto, a citare l'elogio del caso (e della necessità) di Democrito: «Tutto ciò che esiste nell'universo è frutto del caso e della necessità».

#### RINGRAZIAMENTI

Ringrazio il Professor Valentino Braitenberg dell'Università di Tubinga ed il Professor Giuseppe O. Longo dell'Università di Trieste per il loro gentile invito ad esporre le tesi affrontate in questo breve saggio nel corso dei lavori del seminario sulla «Teoria dell'informazione» tenutosi nel Novembre 2003 presso la Sala Mozart di Palazzo Todeschi, a Rovereto, nell'ambito delle attività del Laboratorio di Scienze Cognitive.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] MONOD J., 1970 - Il caso e la necessità, Mondadori, Milano.
- [2] SOBOLEV I.M., 1984 - The Monte Carlo Method, MIR, Moscow.
- [3] KOONIN S.E., MEREDITH D.C., 1990 - Computational Physics, Addison-Wesley, Redwood City.

- [4] KLING A., BARAO F., NAKAGAWA M., TAVORA L., VAZ P., 2001 - Advanced Monte Carlo for Radiation Physics, Particle Transport Simulation and Applications, Springer-Verlag, Heidelberg.
- [5] DAPOR M., 2003 - Electron-Beam Interactions with Solids, (Springer Tracts in Modern Physics) Springer-Verlag, Heidelberg.
- [6] DAVIES P., 2000 - Da dove viene la vita, Mondadori, Milano.
- [7] GELL-MANN M., 1996 - Il quark e il giaguaro, Bollati Boringhieri, Torino.
- [8] DAPOR M., 2002 - L'intelligenza della vita, Springer-Verlag Italia, Milano.

---

Indirizzo dell'autore:

Dr. Maurizio Dapor, Viale Schio, 23 - I-38068 Rovereto (TN), Italia

---